नामांक **Roll No.**

No. of Questions – **30**

S-09-Mathematics

No. of Printed Pages – **11**

माध्यमिक परीक्षा, 2018

SECONDARY EXAMINATION, 2018

गणित

MATHEMATICS

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

(1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न–पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidates must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

(2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

(3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

(4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

(5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतर में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

(6)

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1 – 10	1
ब	11 – 15	2
स	16 – 25	3
द	26 – 30	6

Part	**Question Nos.**	**Marks per Question**
A	1 – 10	1
B	11 – 15	2
C	16 – 25	3
D	26 – 30	6

(7) प्रश्न क्रमांक **27** व **29** में आन्तरिक विकल्प हैं ।

There are internal choices in Q. No. **27** and **29**.

(8) अपनी उत्तर–पुस्तिका के पृष्ठों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ कार्य करना हो, तो उत्तर–पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें और इन्हें तिरछी लाइनों से काटकर उन पर 'रफ कार्य' लिख दें ।

Write on both sides of the pages of your answer-book. If any rough work is to be done, do it on last pages of the answer-book and cross with slant lines and write 'Rough Work' on them.

(9) प्रश्न क्रमांक **26** का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए ।

Draw the graph of Question No. **26** on graph paper.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

भाग – अ
Part – A

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $31\frac{1}{6} \times 31\frac{5}{6}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

   Find the value of $31\frac{1}{6} \times 31\frac{5}{6}$ by using Ekaadhiken Purven Sutra.

2. हल कीजिए : $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9}$

   Solve : $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9}$

3. 196 के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल लिखिए ।

   Write the sum of powers of prime factors of 196.

4. $\cos 50° \cdot \operatorname{cosec} 40°$ का मान लिखिए ।

   Write the value of $\cos 50° \cdot \operatorname{cosec} 40°$.

5. यदि एक ऊर्ध्वाधर छड़ की लम्बाई तथा इसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1 : \sqrt{3}$ हो, तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए ।

   If the ratio of the length of a vertical bar to its shadow is $1 : \sqrt{3}$, then find the elevation angle of the sun.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

6. दो दिये गये बिन्दुओं से सम दूरस्थ बिन्दुओं का बिन्दुपथ लिखिए।

Write the locus of the points equidistant from the two given points.

7. वृत्त में केन्द्र से समान दूरी पर स्थित जीवाओं का अनुपात लिखिए।

Find the ratio between the chords which are equidistant from the centre of a circle.

8. एक पासे के एक बार फेंकने पर विषम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A dice is thrown once. Find the probability of getting an odd number.

9. किसी नगर में टैक्सी का किराया पहले किलोमीटर का ₹ 5 और उसके बाद में ₹ 3 है। यदि तय की गई दूरी x किमी और किराया ₹ y हो, तो इसे समीकरण रूप में व्यक्त कीजिए।

In a city, the fare of a taxi for first kilometre is ₹ 5 and after that it is ₹ 3. If distance covered is x km and fare is ₹ y, then express it in the form of equation.

10. यदि एक खम्भे के आधार से 20 मीटर दूर स्थित प्लेटफार्म के एक बिन्दु से खम्भे की चोटी पर लगे हुए कैमरे का उन्नयन कोण 60° है तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

If the elevation angle of a camera situated at the top of a pole from a point 20 metre away from the base of the pole is 60°, find the height of the pole.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

भाग – ब
Part – B

11. द्वन्द्व योग विधि से 6889 का वर्ग मूल ज्ञात कीजिए ।

Find the square root of 6889 by using Dwandwa Yoga Method.

12. यदि दो संख्याओं का गुणनफल 525 है और उनका महत्तम समापवर्तक 5 है, तो उनका लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए ।

If the product of two numbers is 525 and their H.C.F. is 5, then find their L.C.M.

13. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 216 वर्ग मीटर है । घन की भुजा ज्ञात कीजिए ।

The total surface area of a cube is 216 square metre. Find the side of the cube.

14. एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 7 से.मी. है, इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

The radius of a semi-sphere is 7 cm, find the total surface area of it.

15. एक 24 मीटर ऊँचे पोल पर यातायात नियंत्रण के लिए CCTV कैमरा लगाया गया है ताकि यह पोल के शीर्ष से 25 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देख सकता है । पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

A CCTV camera is placed on the top of a 24 m high pole in such a way that traffic can be seen beyond 25 metre of line of sight of it. Find the area of the Green patch around the pole.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

भाग – स
Part – C

16. विभाजन एल्गोरिथम पद्धति द्वारा बहुपद $P(x) = x^4 - 3x^2 + 4x - 3$ को $g(x) = x^2 + 1 - x$ से भाग देने पर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए ।

By using division algorithm method find quotient and remainder when polynomial $P(x) = x^4 - 3x^2 + 4x - 3$ is divided by $g(x) = x^2 + 1 - x$.

17. यदि किसी समान्तर श्रेढ़ी का दूसरा व तीसरा पद क्रमशः 3 और 5 हैं, तो इसके प्रथम 20 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए ।

If second and third terms of an Arithmetic Progression are 3 and 5 respectively, then find the sum of first 20 terms of it.

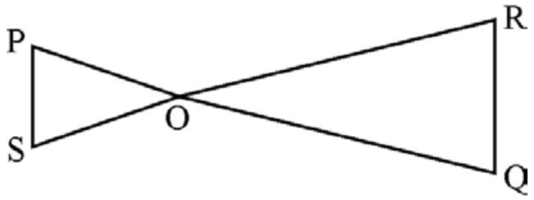
18. एक मीनार के आधार से 9 मीटर तथा 25 मीटर दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण परस्पर पूरक हैं । मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए ।

The angles of elevation of the top of a tower from two points at a distance of 9 m and 25 m from the base of the tower in the same straight line are complementary. Find the height of the tower.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

19. दी गई आकृति में यदि OP · OQ = OR · OS तो दर्शाइए ∠OPS = ∠ORQ व ∠OQR = ∠OSP.

In the given figure if OP · OQ = OR · OS, then show that ∠OPS = ∠ORQ and ∠OQR = ∠OSP.

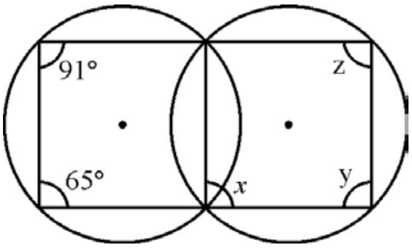


20. एक त्रिभुज ABC में माध्यिकाएँ AD, BE और CF एक बिन्दु G से गुजरती हैं । यदि AD = 9 सेमी, GE = 4.2 सेमी और GC = 6 सेमी, तो AG, BE और FG की लम्बाइयों के मान ज्ञात कीजिए ।

In a triangle ABC, the medians AD, BE and CF pass through the point G. If AD = 9 cm, GE = 4.2 cm and GC = 6 cm, then find the values of the lengths of AG, BE and FG.

21. दी गई आकृति में कुछ कोणों को x, y और z से चिह्नित किया गया है । इन कोणों के मान ज्ञात कीजिए ।

In the given figure some angles are represented by x, y and z. Find the values of these angles.



22. एक 4 सेमी त्रिज्या के वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श-रेखाओं PA तथा PB की रचना कीजिए । जहाँ PA तथा PB के मध्य कोण 65° है ।

Draw two tangents PA and PB from an external point P, to a circle of radius 4 cm, where angle between PA and PB is 65°.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

23. एक वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या 4.2 मीटर है । पार्क के चारों ओर 1.4 मीटर चौड़ा रास्ता बना हुआ है । रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

The radius of a circular park is 4.2 m. A path of 1.4 m width is made around the circular park. Find the area of the path.

24. एक रोलर की लम्बाई 2.5 मीटर और व्यास 1.4 मीटर है । 10 चक्कर लगाने में रोलर कितना क्षेत्र समतल करेगा ?

The length and diameter of a roller are 2.5 m and 1.4 m respectively. How much area will be planned by roller in 10 revolutions ?

25. एक थैले में एक सफेद गेंद, दो काली गेंद और तीन लाल गेंद एक ही आकार की हैं । इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) गेंद सफेद हो

(ii) गेंद काली न हो

(iii) गेंद लाल हो

In a bag one white ball, two black balls and three red balls of same size are placed. A ball is drawn at random from this bag. Find the probability :

(i) ball is white

(ii) ball is not black

(iii) ball is red

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

भाग – द
Part – D

26. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए :

$2x + y = 6,\ 2x - y = 2$

अतः इसकी सहायता से संबंध $6x + 7y = p$ में p का मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following pair of linear equations by graphical method :

$2x + y = 6,\ 2x - y = 2$

Thus find the value of p in the relation $6x + 7y = p$.

27. सिद्ध कीजिए :

(i) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

(ii) $\dfrac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \dfrac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$

Prove that :

(i) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

(ii) $\dfrac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \dfrac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$

अथवा/OR

(i) यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ और $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $q(p^2 - 1) = 2p$.

(ii) सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$$

(i) If $\sin\theta + \cos\theta = p$ and $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$, then prove that $q(p^2 - 1) = 2p$.

(ii) Prove that :

$$\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$$

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

28. (i) यदि बिन्दु (x, 3) और (5, 7) के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) ज्ञात कीजिए रेखा $3x + y = 9$ बिन्दुओं (1, 3) और (2, 7) को मिलाने वाले रेखा खण्ड को किस अनुपात में विभाजित करती है ।

(i) If distance between points (x, 3) and (5, 7) is 5, then find the value of x.

(ii) Find the ratio in which the line $3x + y = 9$ divides the line segment joining the points (1, 3) and (2, 7).

29. ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका $\angle B$ समकोण है । भुजा AB पर D तथा भुजा BC पर बिन्दु E स्थित हैं । सिद्ध कीजिए : $AE^2 + CD^2 = AC^2 + DE^2$.

ABC is a right angled triangle whose $\angle B$ is right angle. If points D and E are situated on the sides AB and BC respectively, then prove that $AE^2 + CD^2 = AC^2 + DE^2$.

अथवा/OR

यदि एक चक्रीय चतुर्भुज की दो भुजाएँ समान्तर हों, तो सिद्ध कीजिए कि शेष भुजाएँ बराबर होंगी और विकर्ण भी बराबर होंगे ।

If two sides of a cyclic quadrilateral are parallel, then prove that other sides are equal and its diagonals are also equal to each other.

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

30. निम्न बारंबारता बंटन के माध्य व बहुलक ज्ञात कीजिए :

प्राप्तांक	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

Find the mean and mode of the following frequency distribution :

Score	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
Number of Students	4	28	42	20	6

Send Your District Name to 9460377092 by whatsapp to get Daily Solved Model Paper for Board Exam

राजस्थान बोर्ड परीक्षा प्रश्न–पत्र (हल सहित)

माध्यमिक परीक्षा, 2018

गणित

(समय: $3\frac{1}{4}$ घंटे) **(पूर्णांक : 80)**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश–

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग–अ

Q.1 : सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुये $31\frac{1}{6} \times 31\frac{5}{6}$ का मान ज्ञात कीजिये।

हल :

संकेत–

(i) भिन्न योग $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}=1$

(ii) शेष निखिलम् अंक समान $=31.$

सूत्र एकाधिकेन पूर्वध विधि द्वारा,

$$31\frac{1}{6} \times 31\frac{5}{6} = [31 \times (31+1)]/\left[\frac{1}{6} \times \frac{5}{6}\right]$$

$$= [31 \times 32]/\left[\frac{5}{36}\right]$$

$$= 992\frac{5}{36}$$

Q.2 : हल कीजिये: $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-9}$

हल :

बायें पक्ष के हरों का योग $= x-3+x-7 = 2x-10$

दायें पक्ष के हरों का योग $= x-1+x-9 = 2x-10$

दोनों पक्ष समान होने पर, सूत्रानुसार

$$2x-10 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

Q.3 : 196 के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल लिखिये।

हल :

2	196
2	98
7	49
7	7
	1

196 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$= 2^2 \times 7^2$

अतः 196 के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योग $= 2+2 = 4$

Q.4 : $\cos 50^\circ \cdot \operatorname{cosec} 40^\circ$ का मान लिखिये।

हल :

$$\cos 50^\circ \cdot \operatorname{cosec} 40^\circ = \cos(90^\circ - 40^\circ) \cdot \operatorname{cosec} 40^\circ$$

$$[\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta]$$

$$= \sin 40^\circ \cdot \operatorname{cosec} 40^\circ \left[\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}\right]$$

$$= \sin 40^\circ \times \frac{1}{\sin 40^\circ}$$

$$= 1$$

विद्यार्थियों से निवेदन है कि बिहार बोर्ड 10th क्लास के मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। प्रति सप्ताह एक मॉडल सेट आपके क्लास ग्रुप में भेजा जाएगा।

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

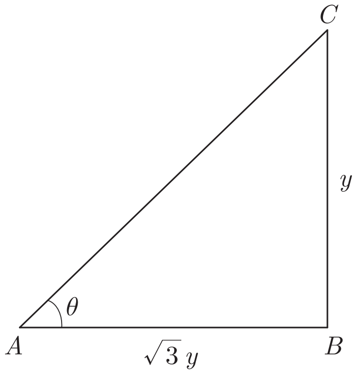
Q.5 : यदि एक ऊर्ध्वाधर छड़ की लम्बाई तथा इसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1:\sqrt{3}$ हो, तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिये।

हल :

माना छड़ की लम्बाई, $BC = y$ इकाई

तथा छाया की लम्बाई, $AB = \sqrt{3}\,y$ इकाई

समकोण ΔABC में,



यहाँ, θ = सूर्य का उन्नयन कोण

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{\sqrt{3}\,y} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \tan 30^\circ$$

$\therefore$ $\theta = 30^\circ$

अतः सूर्य का उन्नयन कोण $= 30^\circ$

Q.6 : दो दिये गये बिन्दुओं से सम दूरस्थ बिन्दुओं का बिन्दुपथ लिखिए।

हल :

दिये हुये दो बिन्दुओं से समदूरस्थ किसी बिन्दु का बिन्दुपथ उन्हें मिलाने वाले रेखाखण्ड का लम्ब समद्विभाजक होता है।

Q.7 : वृत्त में केन्द्र से समान दूरी पर स्थित जीवाओं का अनुपात लिखिये।

हल :

हम जानते हैं कि **किसी वृत्त की जीवायें केन्द्र से बराबर दूरी पर हो तो वे परस्पर बराबर होती हैं।** अतः जीवाओं का अनुपात $1:1$ होगा।

Q.8 : एक पासे के एक बार फेंकने पर विषम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल :

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$\therefore$ $n(S) = 6$

$(E) = \{1, 3, 5\}$

$n(E) = 3$

अतः अभीष्ट प्रायिकता, $P(E) = \dfrac{n(S)}{n(S)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

Q.9 : किसी नगर में टैक्सी का किराया पहले किलोमीटर का ₹ 5 और उसके बाद में ₹ 3 है। यदि तय की गई दूरी x किमी. और किराया ₹ y हो, तो इसे समीकरण रूप में व्यक्त कीजिये।

हल :

दिया है,

पहले किलोमीटर का किराया = ₹ 5

अगले किलोमीटर का किराया = ₹ 3

माना, तय की गई दूरी $= x$ किमी.

और कुल किराया = ₹ y

प्रश्नानुसार,

कुल किराया = पहले किलोमीटर का किराया + अगले तय किलोमीटर का किराया

अतः $y = 5\times 1 + 3(x-1)$

$y = 5 + 3x - 3$

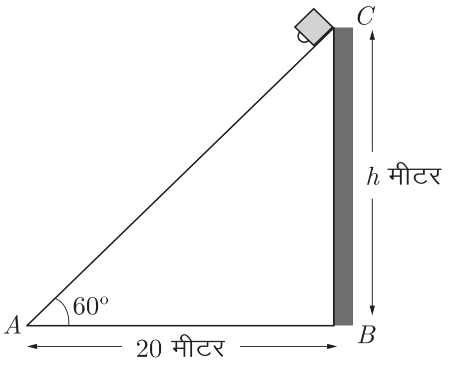
$0 = 2 + 3x - y$

$\therefore$ $3x - y + 2 = 0$

Q.10 : यदि एक खम्भे के आधार से 20 मीटर दूर स्थित प्लेटफार्म के एक बिन्दु से खम्भे की चोटी पर लगे हुये कैमरे का उन्नयन कोण 60° है तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिये।

हल :

माना h लम्बाई का खम्बा (BC) चित्रानुसार स्थित है। खम्बे से 20 मीटर की दूरी पर एक बिन्दु A स्थित है।



समकोण ΔABC में,

हम जानते हैं, $\tan\theta = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \dfrac{BC}{AB}$

$\therefore$ $\tan 60^\circ = \dfrac{BC}{AB}$

$\Rightarrow$ $\sqrt{3} = \dfrac{h}{20}$

$\therefore$ $h = 20\sqrt{3} = 20\times 1.732$

$= 36.64$ मीटर

अतः खम्भे की ऊँचाई 36.64 मीटर होगी।

विद्यार्थियों से निवेदन है कि बिहार बोर्ड 10th क्लास के मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। प्रति सप्ताह एक मॉडल सेट आपके क्लास ग्रुप में भेजा जाएगा।

भाग–ब

Q.11 : द्वन्द्व योग विधि से 6889 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल : द्वन्द्व योग विधि द्वारा,

	68	89
16		4
	8	3

संकेत–

(i) प्रथम वर्गमूल अंक $= 8$ तथा भाजक $8 \times 2 = 16$

(ii) शेषफल $= 68 - 8^2 = 4$ इसे तीसरे खण्ड में 8 से पहले तथा नीचे लिखते हैं।

(iii) नया भाज्य $= 48$ संशोधित भाज्य $= 48$

अतः $48 \div 16 = 3$, इसे नीचे लिखा 8 के आगे तथा शेषफल 0 लिखा 4 से आगे तथा 8 से 9 के मध्य।

(iv) नया भाज्य $= 09$ तथा अन्तिम शेषफल $= 09 - 3^2 = 0$

अतः $\sqrt{6889} = 83$

Q.12 : यदि दो संख्याओं का गुणनफल 525 है और उनका महत्तम समापवर्तक 5 है, तो उनका लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है, दो संख्याओं का गुणनफल $= 525$

उनका महत्तम समापवर्तक $= 5$

हम जानते हैं– म.स.प. $\times$ ल.स.प. $=$ दो संख्याओं का गुणनफल

अतः लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) $= \dfrac{\text{दो संख्याओं का गुणनफल}}{\text{म.स.प. (HCF)}}$

$= \dfrac{525}{5} = 105$

Q.13 : एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 216 वर्ग मीटर है। घन की भुजा ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है,

घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल, $A = 216$ वर्ग मीटर

घन की भुजा $= ?$

घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल, $A = 6 \times (\text{भुजा})^2$

$\Rightarrow$ $216 = 6 \times (\text{भुजा})^2$

या $(\text{भुजा})^2 = \dfrac{216}{6} = 36$

$\therefore$ भुजा $= \sqrt{36} = 6$ मीटर

अतः घन की भुजा $= 6$ मीटर

Q.14 : एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 7 सेमी. है, इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है, अर्द्ध गोले की त्रिज्या, $r = 7$ सेमी.

अर्द्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

मान रखने पर $= 3 \times \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7$

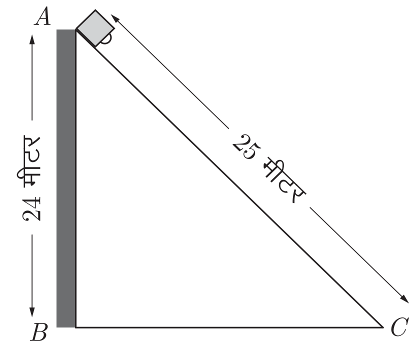
$= 462$ वर्ग सेमी.

Q.15 : एक 24 मीटर ऊँचे पोल पर यातायात नियंत्रण के लिए CCTV कैमरा लगाया गया है ताकि यह पोल के शीर्ष से 25 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देख सकता है। पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है, पोल की ऊँचाई, $AB = 24$ मीटर

पोल के शीर्ष से कमरे की दृष्टि की लम्बाई, $AC = 25$ मीटर



पाइथागोरस प्रमेय से,

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2$

$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{(25)^2 - (24)^2}$

$= \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49}$

$\Rightarrow BC = 7$ मीटर

अतः पोल के पाद से 7 मीटर की दूरी के आगे का यातायात दिखाई देगा।

अतः अदर्शनीय वृत्त की त्रिज्या, $R = 7$ मीटर

पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल

$= \pi R^2 = \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ वर्ग मीटर

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

भाग–स

Q.16 : विभाजन एल्गोरिथम पद्धति द्वारा बहुपद $P(x) = x^4 - 3x^2 + 4x - 3$ को $g(x) = x^2 + 1 - x$ से भाग देने पर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल :बहुपद को मानक रूप में लिखने पर,

$$P(x) = x^4 - 0x^3 - 3x^2 + 4x - 3$$

$$g(x) = x^2 - x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + x - 3 \\ x^2 - x + 1 & x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 4x - 3 \\ & x^4 - x^3 + x^2 \\ & - \quad + \quad - \\ \hline & x^3 - 4x^2 + 4x \\ & x^3 - x^2 + x \\ & - \quad + \quad - \\ \hline & -3x^2 + 3x - 3 \\ & -3x^2 + 3x - 3 \\ & + \quad - \quad + \\ \hline & 0 \end{array}$$

अतः भागफल $= x^2 + x - 3$

शेषफल $= 0$

यहाँ भाजक $\times$ भागफल $+$ शेषफल

$$= (x^2 - x + 1) \times (x^2 + x - 3) + 0$$

$$= x^4 + x^3 - 3x^2 - x^3 - x^2 + 3x + x^2 + x - 3$$

$$= x^4 - 3x^2 + 4x - 3 = \text{भाज्य}$$

अतः विभाजन ऐल्गोरिथ्म सत्यापित होता है।

Q.17 : यदि किसी समान्तर श्रेणी का दूसरा व तीसरा पद क्रमशः 3 और 5 हैं, तो इसके प्रथम 20 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है,

समान्तर श्रेणी का दूसरा पद, $a_2 = 3$

समान्तर श्रेणी का तीसरा पद, $a_3 = 5$

अतः $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore$ $a_2 = a + d$

$a_3 = a + 2d$

अतः प्रश्नानुसार, $3 = a + d$ ...(1)

$5 = a + 2d$ ...(2)

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$5 - 3 = a + 2d - a - d$$

$\Rightarrow$ $2 = d$

d का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$3 = a + 2$$

$\therefore$ $a = 1$

हम जानते हैं– $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\therefore$ $S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 1 + (20-1) \times 2]$

$$= 10(2 + 19 \times 2)$$

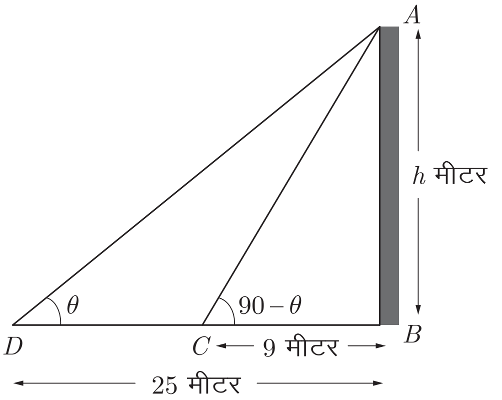
$$= 10(2 + 38) = 10 \times 40 = 400$$

अतः अभीष्ट योगफल 400 है।

Q.18 : एक मीनार के आधार से 9 मीटर तथा 25 मीटर दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण परस्पर पूरक हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल :

माना मीनार (AB) की ऊँचाई h है। मीनार के आधार से 9 मीटर दूरी पर बिन्दु C है तथा 25 मीटर दूरी पर बिन्दु D है।



यदि $\angle ADB = \theta$

तो $\angle ACB = 90° - \theta$

समकोण ΔABD में, $\tan\theta = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{25}$ ...(1)

पुनः समकोण ΔABC में,

$$\tan(90° - \theta) = \frac{AB}{BC}$$

या $\cot\theta = \frac{h}{9}$ ...(2)

समीकरण (1) व समीकरण (2) को गुणा करने पर,

$$\tan\theta \times \cot\theta = \frac{h}{25} \times \frac{h}{9}$$

$$\tan\theta \times \frac{1}{\tan\theta} = \frac{h}{25} \times \frac{h}{9} \qquad \left[\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}\right]$$

या $1 = \frac{h^2}{225}$

$\Rightarrow$ $h^2 = 225$

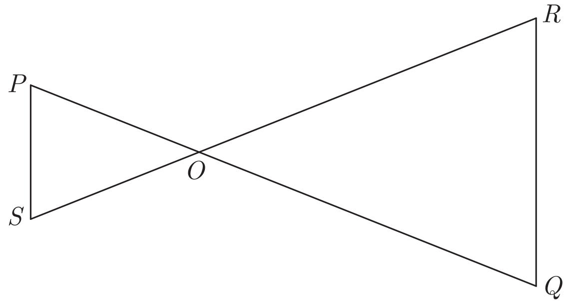
या $h = \sqrt{225} = 15$ मीटर

अतः मीनार की ऊँचाई $= 15$ मीटर

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

Q.19 : दी गई आकृति में यदि $OP \cdot OQ = OR \cdot OS$ तो दर्शाइए $\angle OPS = \angle ORQ$ व $\angle OQR = \angle OSP$.

विद्यार्थियों से निवेदन है कि बिहार बोर्ड 10th क्लास के मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। प्रति सप्ताह एक मॉडल सेट आपके क्लास ग्रुप में भेजा जाएगा।



हल :
दिया है,
ΔPOS व ΔQOR में $OP \cdot OQ = OR \cdot OS$

अतः $\frac{OP}{OS} = \frac{OR}{OQ}$ ...(1)

तथा $\angle POS = \angle ROQ$ (शीर्षाभिमुख कोण) ...(2)

समीकरण (1) व (2) से,

$\Delta POS \cong \Delta ROQ$ (SAS समरूपता कसौटी)

इसलिये $\angle P = \angle R$

एवं $\angle S = \angle Q$ (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

अतः $\angle OPS = \angle ORQ$

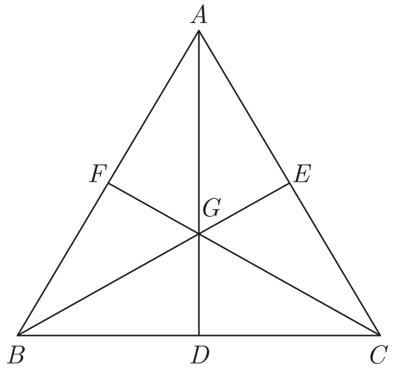
व $\angle OQR = \angle OSP$ इतिसिद्धम्

Q.20 : एक त्रिभुज ABC में माध्यिकाएँ AD, BE और CF एक बिन्दु G से गुजरती हैं। यदि $AD = 9$सेमी., $GE = 4.2$ सेमी. और $GC = 6$ सेमी., तो AG, BE और FG की लम्बाइयों के मान ज्ञात कीजिए।

हल :
हम जानते हैं कि केन्द्रक G त्रिभुज की माध्यिका को $2:1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

अतः $\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$

या $\frac{GD}{AG} = \frac{1}{2}$



दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर,

$$\frac{GD}{AG} + 1 = \frac{1}{2} + 1$$
$$\frac{GD + AG}{AG} = \frac{1+2}{2}$$
$$\frac{GD}{AG} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{9}{AG} = \frac{3}{2} \text{ (दिया है, } AD = 9 \text{ सेमी.)}$$
$$AG = \frac{9 \times 2}{3} = 6 \text{ सेमी.}$$

इसी प्रकार, $\frac{BG}{GE} = \frac{2}{1}$

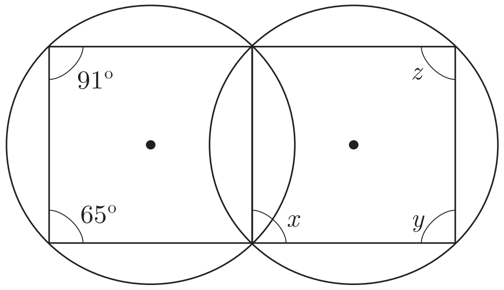
दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर,

$$\frac{BG}{GE} + 1 = \frac{2}{1} + 1$$
$$\frac{BG + GE}{GE} = \frac{2+1}{1}$$
$$\frac{BE}{GE} = \frac{3}{1}$$
$$BE = 3GE = 3 \times 4.2 = 12.6 \text{ सेमी.}$$

और $\frac{FG}{GC} = \frac{1}{2}$

$$FG = \frac{1}{2}GC = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ सेमी.}$$

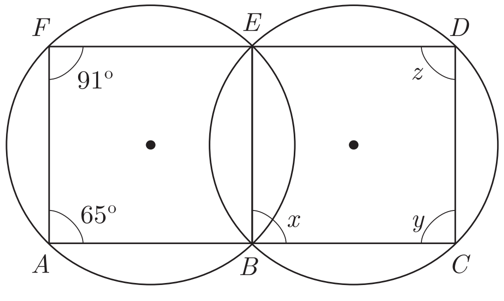
Q.21 : दी गई आकृति में कुछ कोणों को x, y और z से चिन्हित किया गया है। इन कोणों के मान ज्ञात कीजिए।



हल :
दिये गये चित्र में $ABEF$ तथा $BCDE$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।
हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के बहिष्कोण उसके अन्तराभिमुख कोण के बराबर होते हैं। इस कारण से

$$\angle BAF = \angle BED = 65^\circ$$

चित्र से, $\angle E + \angle C = 180^\circ$



$\because$ $BEDC$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। जिसमें आमने–सामने के कोणों का योग 180° होता है।

$\Rightarrow$ $65^\circ + y = 180^\circ$

$\therefore$ $y = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

इसी प्रकार, $\angle AFE = \angle CBE$

$\Rightarrow$ $91^\circ = x$

$\therefore$ $x = 91^\circ$

हम जानते हैं, $x + z = 180^\circ$ चक्रीय चतुर्भुज के कारण

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

$$z = 180^\circ - x$$

$$z = 180^\circ - 91^\circ = 89^\circ$$

Q.22 : एक 4 सेमी. त्रिज्या के वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श-रेखाओं PA तथा PB की रचना कीजिए। जहाँ PA तथा PB के मध्य कोण 65° है।

हल :

दिया है, $\angle APB = 65^\circ$

$$\angle A = \angle B = 90^\circ$$

अतः चतुर्भुज $AOBP$ का चौथा कोण,

$$\angle AOB = 360 - (65^\circ + 90 + 90)$$

$$= 360 - 245^\circ = 115^\circ$$

अर्थात् जीवा OA व OB के मध्य कोण,

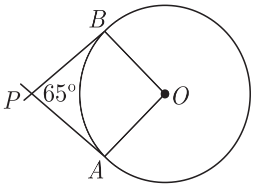
$$\angle AOB = 115^\circ$$

रचना–

(i) 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया एवं त्रिज्याएँ OA व OB के मध्य 115° का कोण बनाया।

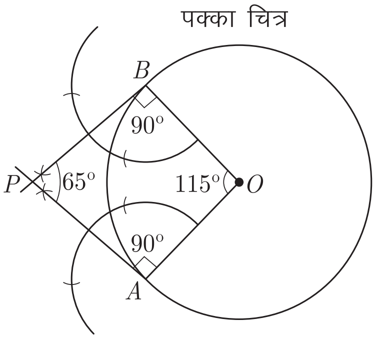
(ii) OA व OB के A व B पर लम्ब क्रमशः AP व BP खींचे जो एक-दूसरे को P पर मिलते हैं।
$\angle APB$ को मापने पर $\angle APB = 65^\circ$ प्राप्त होता है। इस प्रकार अभीष्ट स्पर्श रेखाओं की रचना होती है।

कच्चा चित्र



(i)

पक्का चित्र



(ii)

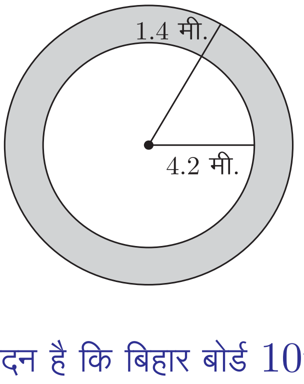
Q.23 : एक वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या 4.2 मीटर है। पार्क के चारों ओर 1.4 मीटर चौड़ा रास्ता बना हुआ है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :दिया है–

वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या, $r_1 = 4.2$ मीटर

रास्ते सहित वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या,

$$r_2 = 4.2 + 1.4 = 5.6 \text{ मीटर}$$



रास्ते का क्षेत्रफल = रास्ते सहित वृत्ताकार पार्क का क्षेत्रफल − रास्तों रहित पार्क का क्षेत्रफल

$$= \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi(r_2 - r_1)(r_2 + r_1)$$

$$= \pi(5.6 - 4.2)(5.6 + 4.2) = \pi \times 1.4 \times 9.8$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 9.8$$

$$= 22 \times 0.2 \times 9.8 = 43.12 \text{ वर्ग मीटर}$$

Q.24 : एक रोलर की लम्बाई 2.5 मीटर और व्यास 1.4 मीटर है। 10 चक्कर लगाने में रोलर कितना क्षेत्र समतल करेगा?

हल :

दिया गया है– रोलर की लम्बाई = 2.5 मीटर

अर्थात् रोलर की ऊँचाई, $h = 2.5$ मीटर

रोलर का व्यास, $d = 1.4$ मीटर

$\therefore$ $2r = 1.4$ मीटर $(\because d = 2r)$

रोलर का एक चक्कर में क्षेत्रफल = रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2\pi rh$$

$$= \pi \times (2r) \times h$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 2.5$$

$$= 22 \times 0.2 \times 2.5$$

$$= 11 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः 10 चक्कर लगाने में क्षेत्रफल $= 11 \times 10 = 110$ वर्ग मीटर

Q.25 : एक थैले में एक सफेद गेंद, दो काली गेंद और तीन लाल गेंद एक ही आकार की हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए–

(i) गेंद सफेद हो

(ii) गेंद काली न हो

(iii) गेंद लाल हो।

हल :

दिया है, थैले में सफेद गेंद = 1

थैले में काली गेंद = 2

थैले में लाल गेंद = 3

थैले में गेंदों की कुल संख्या = 1 सफेद +2 काली +3 लाल = 6

थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकालने पर कुल सम्भावित परिणाम = 6

(i)गेंद सफेद होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 1

गेंद सफेद होने की प्रायिकता

$$P = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{1}{6}$$

(ii)गेंद काली होने की घटना के अनुकूल परिणाम = 2

गेंद काली होने की प्रायिकता

$$P = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

अतः गेंद काली होने की प्रायिकता $(P) = \frac{1}{3}$

तब गेंद काली न होने की प्रायिकता= 1 − गेंद काली होने की प्रायिकता

विद्यार्थियों से निवेदन है कि बिहार बोर्ड 10th क्लास के मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। प्रति सप्ताह एक मॉडल सेट आपके क्लास ग्रुप में भेजा जाएगा।

$$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(iii)गेंद लाल होने की घटना के अनुकूल परिणाम $= 3$

गेंद लाल होने की प्रायिकता

$$P = \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

भाग–द

Q.26 : निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए–

$2x + y = 6,\ 2x - y = 2$

अतः इसकी सहायता से सम्बन्ध $6x + 7y = p$ में p का मान ज्ञात कीजिए।

हल :

दिया है, रैखिक समीकरण युग्म,

$$2x + y = 6 \quad ...(1)$$

$$2x - y = 2 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) के संगत बिन्दु सारणी प्राप्त करने पर $x = 0$ पर

$$2 \times 0 + y = 6$$

$$0 + y = 6$$

या $y = 6$

तथा $x = 1$ पर, $2 \times 1 + y = 6$

$\Rightarrow$ $2 + y = 6$

या $y = 6 - 2 = 4$

इस प्रकार समीकरण (1) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होगी–

x	0	1
y	6	4

अतः समीकरण (2) के संगत बिन्दु सारणी प्राप्त करते हैं।

समीकरण (2) में $x = 0$ रखने पर,

$$2 \times 0 - y = 4$$

या $0 - y = 4$

या $y = -2$

तथा $y = 0$ रखने पर $2x - 0 = 2$

$$2x = 2$$

या $x = \frac{2}{2} = 1$

अतः समीकरण (2) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है–

x	0	1
y	-2	4

उपरोक्त समीरण (1) एवं (2) से प्राप्त बिन्दु सारणियों की सहायता से ग्राफ पेपर पर रेखायुग्म का निरूपण करते हैं।

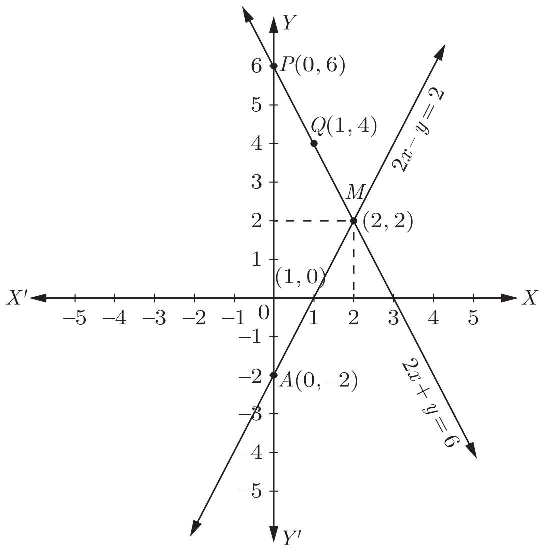
दोनों रेखायें बिन्दु $M(2, 2)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं। अतः समीकरण निकाय का अभीष्ट हल $x = 2$ व $y = 2$ है।

$x = 2$ व $y = 2$ को दिये गये सम्बन्ध $6x + 7y = p$ में रखने पर

$$6 \times 2 + 7 \times 2 = p$$

$\Rightarrow$ $12 + 14 = p$

$\therefore$ $p = 26$



Q.27 : सिद्ध कीजिए–

(i) $\sqrt{\dfrac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

(ii) $\dfrac{\tan\theta}{1 - \cot\theta} + \dfrac{\cot\theta}{1 - \tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$

हल :

(i) L.H.S. $= \sqrt{\dfrac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}}$

अंश व हर को $1 + \cos\theta$ से गुणा करने पर,

$$\text{L.H.S.} = \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)(1 + \cos\theta)}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)}} \quad \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \cos\theta)^2}{\sin^2\theta}} \quad [\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)^2} = \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \text{R.H.S.}$$

$\therefore$ L.H.S. $=$ R.H.S. (इतिसिद्धम्)

(ii) L.H.S. $= \dfrac{\tan\theta}{1 - \cot\theta} + \dfrac{\cot\theta}{1 - \tan\theta}$

$$= \frac{\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)}{\left(1 - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)} + \frac{\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)}{\left(1 - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)}{\left(\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta}\right)} + \frac{\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)}{\left(\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sin\theta \times \sin\theta}{\cos\theta \times (\sin\theta - \cos\theta)} + \frac{\cos\theta \times \cos\theta}{\sin\theta \times (\cos\theta - \sin\theta)}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta \times (\sin\theta - \cos\theta)} - \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta \times (\sin\theta - \cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin\theta \times \sin^2\theta - \cos\theta \times \cos^2\theta}{\cos\theta \times \sin\theta(\sin\theta - \cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin^3\theta - \cos^3\theta}{\cos\theta \times \sin\theta \times (\sin\theta - \cos\theta)}$$

$$= \frac{(\sin\theta - \cos\theta) \times (\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta)}{\cos\theta \times \sin\theta \times (\sin\theta - \cos\theta)}$$

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।

$$[\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab)]$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta}{\cos\theta \times \sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta\cdot\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + 1 = \tan\theta + \cot\theta + 1$$

$$= 1 + \tan\theta + \cot\theta = \text{R.H.S.}$$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S. (इतिसिद्धम्)

OR

Q.27 : (i) यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ और $\sec\theta + \text{cosec}\,\theta = q$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $q(p^2-1) = 2p$.

(ii) सिद्ध कीजिए– $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$

हल :

(i) L.H.S. $= q(p^2-1)$

p व q का मान रखने पर

$$\text{L.H.S.} = (\sec\theta + \text{cosec}\,\theta)[(\sin\theta+\cos\theta)^2 - 1]$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right)[\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta - 1]$$

$$= \left(\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)[1 + 2\sin\theta\cos\theta - 1]$$

$$= \left[\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cdot\cos\theta}\right] \times (2\sin\theta\cos\theta)$$

$$= 2[\sin\theta+\cos\theta] = 2p = \text{R.H.S.}$$

(ii) L.H.S. $= \frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A}$

$$= \frac{\cos A}{1-\frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1-\frac{\cos A}{\sin A}}$$

$$= \frac{\cos A}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}}$$

$$= \frac{\cos A}{1} \times \frac{\cos A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin A}{1} \times \frac{\sin A}{\sin A - \cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A} - \frac{\cos^2 A}{\sin A - \cos A}$$

$$= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{(\sin A - \cos A)}$$

$$= \frac{(\sin A - \cos A)(\sin A + \cos A)}{(\sin A - \cos A)}$$

$$= \sin A + \cos A = \text{R.H.S.}$$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S. (इतिसिद्धम्)

Q.28 : (i) यदि बिन्दु $(x, 3)$ और $(5, 7)$ के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) ज्ञात कीजिए रेखा $3x + y = 9$ बिन्दुओं $(1, 3)$ और $(2, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को किस अनुपात में विभाजित करती है।

हल :

(i) दिया है,

प्रथम बिन्दु, $(x_1, y_1) = (x, 3)$

द्वितीय बिन्दु, $(x_2, y_2) = (5, 7)$

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी,

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(5-x)^2 + (7-3)^2}$$

$\because$ $d = 5$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$25 = (5-x)^2 + 16$$

$\Rightarrow$ $25 - 16 = (5-x)^2$

$$(5-x)^2 = 9$$

$\therefore$ $(5-x) = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

धनात्मक चिन्ह लेने पर,

$$5 - x = 3$$

$\therefore$ $x = 5 - 3 = 2$

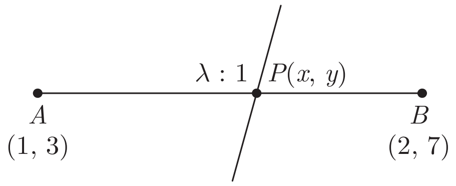
ऋणात्मक चिन्ह लेने पर,

$$5 - x = -3$$

$\therefore$ $x = 5 + 3 = 8$

अतः $x = 2, 8$

(ii) माना बिन्दु $A(1, 3)$ तथा $B(2, 7)$ को मिलाने वाला रेखाखण्ड $3x + y = 9$ को $\lambda : 1$ में विभाजित करता है अतः विभाजन बिन्दु के निर्देशांक



$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1+m_2}$$

तथा $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1+m_2}$

$\therefore$ $x = \frac{\lambda(2) + 1(1)}{\lambda+1} = \frac{2\lambda+1}{\lambda+1}$

इसी प्रकार, $y = \frac{\lambda(7)+1(3)}{\lambda+1} = \frac{7\lambda+3}{\lambda+1}$

अतः, विभाजन बिन्दु $= P\left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{7\lambda+3}{\lambda+1}\right)$

यह बिन्दु रेखा $3x + y = 9$ पर स्थित होंगे और इसको संतुष्ट करेंगे।

अतः मान रखने पर

$\Rightarrow$ $3\cdot\left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1}\right) + \frac{7\lambda+3}{\lambda+1} = 9$

$\Rightarrow$ $\frac{6\lambda+3}{\lambda+1} + \frac{7\lambda+3}{\lambda+1} = 9$

$\Rightarrow$ $6\lambda + 3 + 7\lambda + 3 = 9(\lambda+1)$

$\Rightarrow$ $13\lambda + 6 = 9\lambda + 9$

$\Rightarrow$ $13\lambda - 9\lambda = 9 - 6$

$\Rightarrow$ $4\lambda = 3$

$\therefore$ $\lambda = \frac{3}{4}$

अतः, अभीष्ट अनुपात $= 3 : 4$ है।

विद्यार्थियों से निवेदन है कि बिहार बोर्ड 10th क्लास के मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। प्रति सप्ताह एक मॉडल सेट आपके क्लास ग्रुप में भेजा जाएगा।

Q.29 : ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका $\angle B$ समकोण है। भुजा AB पर D तथा भुजा BC पर बिन्दु E स्थित हैं। सिद्ध कीजिए–
$AE^2 + CD^2 = AC^2 + DE^2$.

हल : ΔABE समकोण त्रिभुज है

तथा $\angle B = 90°$

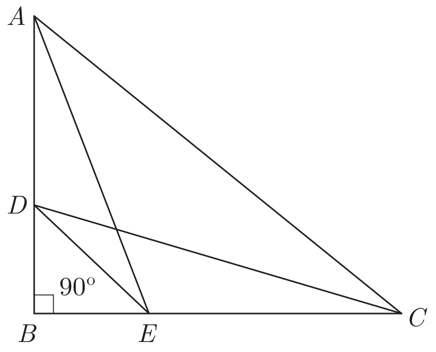
$\therefore$ $AE^2 = AB^2 + BE^2$ ...(1)

पुनः ΔDBC समकोण त्रिभुज है और $\angle B = 90°$

$CD^2 = BD^2 + BC^2$ ...(2)

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$AE^2 + CD^2 = (AB^2 + BC^2) + (BE^2 + BD^2)$ ...(3)



इसी प्रकार समकोण ΔABC एवं समकोण ΔDBE में,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

एवं $DE^2 = BE^2 + BD^2$ ...(4)

समीकरण (3) व (4) से,

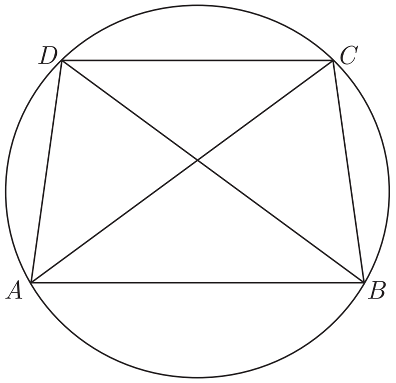
$AE^2 + CD^2 = AC^2 + DE^2$ इतिसिद्धम्

OR

Q.29 : यदि एक चक्रीय चतुर्भुज की दो भुजाएँ समान्तर हों, तो सिद्ध कीजिए कि शेष भुजाएँ बराबर होंगी और विकर्ण भी बराबर होंगे।

हल : दिया है

चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ में, $AB \parallel DC$ है।



सिद्ध करना है–

(i) $AD = BC$ (ii) $AC = BD$

उत्पत्ति– $\therefore$ $AB \parallel DC$ और BC एक तिर्यक रेखा है,

अतः $\angle ABC + \angle DCB = 180°$ ...(1)

परन्तु $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है,

अतः $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ...(2)

समीकरण (1) और (2) से,

$\angle ABC + \angle DCB = \angle ABC + \angle ADC$

या $\angle DCB = \angle ADC$ ...(3)

अब ΔADC और ΔBCD में,

$\angle ADC = \angle DCB$ [समीकरण (3) से]

$\angle DAC = \angle DBC$ (एक ही वृत्त खण्ड के कोण)

और $DC = DC$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta BCD$ (ASA से)

अतः सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समान होंगी,

अतः $AD = BC$

और $AC = BD$ इतिसिद्धम्

Q.30 : निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व बहुलक ज्ञात कीजिए–

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

हल :

प्राप्तांक (वर्ग–अंतराल में)	**छात्रों की संख्या (f)**	**मध्यमान (x)**	$f \cdot x$
20-30	4	25	100
30-40	28	35	980
40-50	42	45	1890
50-60	20	55	1100
60-70	6	65	390
	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fx = 4460$

माध्य, $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{4460}{100} = 44.60$ अंक

यहाँ सबसे अधिक बारम्बारता 42 समूह (40-50) की है।

अतः $l = 40,\ f_1 = 42,\ f_2 = 20,\ h = 10,\ f_0 = 28$

सूत्र– बहुलक $= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$

$= 40 + \frac{42 - 28}{2(42) - 28 - 20} \times 10$

$= 40 + \frac{14}{84 - 48} \times 10 = 40 + \frac{14}{36} \times 10$

$= 40 + \frac{140}{36} = 40 + 3.89$

बहुलक $= 43.89$

अतः अभीष्ट बहुलक $= 43.89$ अंक

□□□□□□□

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि विद्यार्थियों को फ्री मॉडल पेपर (PDF) उपलब्ध करवाएँ। प्रगण्य मॉडल पेपर के विषय में विद्यार्थियों को बताएँ ताकि परीक्षा में विद्यार्थी ज्यादा से ज्यादा अंक ला सकें। गुरूजनों से निवेदन है कि 9460377092 पर सिर्फ अपना विषय SMS करें। हम आपसे संपर्क कर विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजेंगें।