No of Questions : 30

No of Pages : 4

नामांक

माध्यमिक परीक्षा, 2019

गणित

मॉडल पेपर 3

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे **पूर्णांक : 80**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश–

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग–अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $15\frac{2}{7} \times 15\frac{5}{7}$ का मान ज्ञात कीजिये। (1)

2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{5x-3}{2} = \frac{2x+1}{5}$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

3. $\frac{13}{3125}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसारों को लिखिए। (1)

4. यदि $\sec A = 2$, जहाँ A एक न्यूनकोण है, तो $\tan A$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

5. 50 मीटर ऊँची मीनार के पाद से $50\sqrt{3}$ मीटर दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर मीनार का उन्नयन कोण कितना होगा। (1)

6. किसी दिये हुए आधार के एक ही ओर अन्तरित होने वाले समकोणों के शीर्षों का बिन्दुपथ लिखिये। (1)

7. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि दोनों वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 cm तथा 3 cm हों, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी लिखिए। (1)

8. बारह टिकटों पर एक–एक संख्या 1 से 12 तक लिखी गई हैं। यदि उनमें से किसी एक टिकट का यादृच्छिक चयन किया जाए तो इस पर लिखी हुई संख्या के 2 या 3 गुणज होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)

www.rbse.online

9. किसी सड़क पर लगी यातायात लाइटों को किसी कार द्वारा पार करने में लगे समय (सेकण्ड में) को $t_n = 2n - 1$ से प्रदर्शित किया जाए तो ज्ञात कीजिए कि वह कार दो क्रमागत संकेतों को कितने समय में पार करेगी? (1)

10. रमेश को अपने गाँव जाने के लिए 10 किमी. बस से एवं 50 किमी. रेल से जाना होता है। यदि उसे कुल 65 रूपये किराया देना पड़ा तो इस समस्या का बीजगणितीय रूप लिखिए। (1)

भाग–ब

11. सूत्र निखिलम् का प्रयोग करते हुए $3994 \div 97$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

12. दो संख्याओं का ल.स. 78 और म.स. 2 है। यदि इन संख्याओं में से पहली संख्या x हो, तो दूसरी संख्या क्या होगी? (2)

13. एक अर्धवृत्ताकार प्लॉट की त्रिज्या 21 मीटर है। इसका क्षेत्रफल तथा परिमाप ज्ञात कीजिए। (2)

14. यदि घनाभ की लम्बाई 12 मीटर, चौड़ाई 9 मीटर तथा ऊँचाई 8 मीटर है, तो घनाभ के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (2)

15. एक मोटर कार, A स्थान से B स्थान तक 175 किमी. दूरी 70 किमी/घण्टा समान गति से सभी 10 हरे यातायात सिग्नलों को पार करती है। भारी यातायात के कारण यह प्रथम सिग्नल पर एक मिनट, दूसरे सिग्नल पर 3 मिनट, तीसरे सिग्नल पर 5 मिनट एवं इसी प्रकार दसवें सिग्नल पर 19 मिनट रूकती है। स्थान B तक पहुँचने में इसे कुल कितना समय लगेगा? उपर्युक्त गणितीय विधि से हल कीजिए। (2)

भाग–स

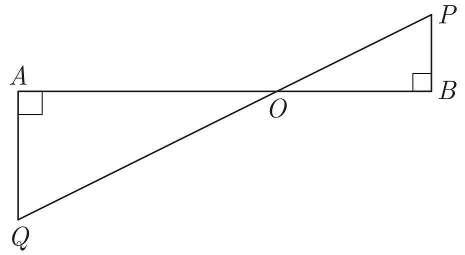
16. यदि द्विघात बहुपद $f(x) = x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (3)

17. एक A.P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अन्तिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए। (3)

18. किसी स्तम्भ की चोटी का उन्नयन कोण समतल पर स्थित एक बिन्दु से 15° है। स्तम्भ की ओर 100 मीटर चलने पर उन्नयन कोण 30° हो जाता है तो स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
(जहाँ $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ है।) (3)

19. सिद्ध कीजिये कि त्रिभुज की दो माध्यिकाओं का योग तीसरी माध्यिका से अधिक होता है। (3)

20. आकृति में QA तथा PB, AB पर लम्ब है यदि $AB = 16$ सेमी. $OQ = 5\sqrt{13}$ सेमी और $OP = 3\sqrt{13}$ सेमी. है तो AO एवं BO के मान ज्ञात कीजिए। (3)



21. चक्रीय चतुर्भुज का सम्मुख कोण ज्ञात कीजिए यदि उसमें से एक कोण

1. दूसरे का $\frac{2}{7}$ हो
2. दूसरे का $\frac{11}{4}$ हो। (3)

22. 6 सेमी. व्यास का एक वृत्त बनाइए। एक बिंदु Q अंकित कीजिए जो कि इसके केन्द्र से 8 सेमी. दूर है। स्पर्श रेखाओं QA और QB की रचना कीजिए। उनकी लम्बाई मापिए। (3)

23. एक वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या 35 मीटर है। इसके चारों ओर 7 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

24. एक ठोस बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी. है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का एक–तिहाई है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए। (3)

25. एक कक्षा में 18 लड़कियाँ और 16 लड़के हैं। कक्षा अध्यापक को कक्षा के मॉनीटर के लिये इनमें से एक का चयन करना है। वह प्रत्येक का नाम एक कार्ड पर लिखकर इन्हें एक टोकरी में रखती है और मिला देती है। एक बच्चे से टोकरी से एक कार्ड उठाने के लिये कहा जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि कार्ड परः

1. एक लड़की का नाम है?
2. एक लड़के का नाम है?
3. कक्षा के सर्वश्रेष्ठ छात्र का नाम है?
4. शिव कुमार का नाम नहीं है, जो इस स्कूल के प्रधानाचार्य का बेटा है? (3)

भाग–द

26. निम्न रैखिक समीकरण युगम को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए–

$$2x + y = 6$$

$$2x - y = 2$$

अतः इसकी सहायता से सम्बन्ध $2x + 3y = p$ मे p का मान ज्ञात कीजिए। (6)

27. सिद्ध कीजिए कि–

1. $(1 + \tan^2\theta)(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta) = 1$
2. $\cos^4\theta - \sin^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ (3+3=6)

अथवा

27. 1. सिद्ध कीजिए कि– $\dfrac{1 - \tan^2\alpha}{\cot^2\alpha - 1} = \tan^2\alpha$

2. यदि $a\cos\theta + b\sin\theta = m$ तथा $a\sin\theta - b\cos\theta = n$ तो सिद्ध कीजिएः $m^2 + n^2 = a^2 + b^2$ (3+3=6)

28. 1. बिन्दुओं (6,8) और (2,4) को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु से बिन्दु (1,2) की दूरी ज्ञात कीजिए। (3)

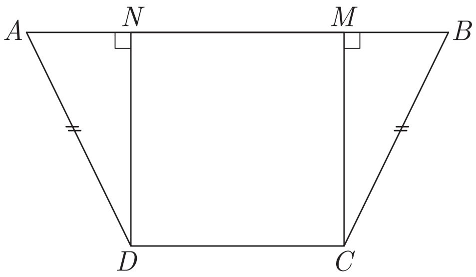
2. सिद्ध कीजिए कि मूल बिन्दू O बिन्दुओं $A(1, -3)$ और $B(-3, 9)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $1:3$ के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है। बाह्य विभाजन करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (3)

www.rbse.online

29. सिद्ध करो कि किसी त्रिभुज की दो भुजाओं पर बने वर्गों का योग उसकी तीसरी भुजा पर बने वर्ग के बराबर हो तो वह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होता है। (6)

अथवा

29. आकृति में, $ABCD$ एक चतुर्भुज है, जिसमें $AD = BC$ और $\angle ADC = \angle BCD$ है। सिद्ध कीजिए $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। (6)



30. निम्न सारणी किसी अस्पताल में भर्ती रोगियों की आयु दर्शाती है–

आयु (वर्षों में)	5–15	15–25	25–35	35–45	45–55	55–65
परिवारों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों से बहुलक तथा माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केन्द्रीय मापों की तुलना कीजिए और इनकी व्याख्या कीजिए। (6)

□□□□□□□

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019
10वीं कक्षा
गणित
मॉडल पेपर 3

समय : $3\frac{1}{4}$ घंटे **(पूर्णांक : 80)**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश–

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग–अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $15\frac{2}{7} \times 15\frac{5}{7}$ का मान ज्ञात कीजिये। (1)

उत्तर :
सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करने पर,

$$15\frac{2}{7} \times 15\frac{5}{7} = 15 \times (15+1) \Big/ \frac{2}{7} \times \frac{5}{7}$$

$$= 15 \times 16 \Big/ \frac{10}{49} = 240 \Big/ \frac{10}{49}$$

$$= 240\frac{10}{49}$$

संकेत–
1. यहाँ भिन्न संख्या का योग $1\left(\frac{2}{7}+\frac{5}{7}\right)$ है।
2. शेष निखिलम् अंक समान $= 15$ है।

2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{5x-3}{2} = \frac{2x+1}{5}$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :
हम जानते हैं कि

बीजीय सूत्र, $\frac{ax+b}{p} = \frac{cx+d}{q}$ हो तो

$$x = \frac{dp-bq}{aq-cp}$$

अतः $\frac{5x-3}{2} = \frac{2x+1}{5}$

$$x = \frac{1 \times 2 - (-3) \times 5}{5 \times 5 - 2 \times 2}$$

$$= \frac{2+15}{25-4} = \frac{17}{21}$$

3. $\frac{13}{3125}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसारों को लिखिए। (1)

उत्तर :
यहाँ पर,

5	3125
5	625
5	125
5	25
	5

$$\frac{13}{3125} = \frac{13}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{13}{5^5}$$

$$\frac{13}{5^5} \times \frac{2^5}{2^5} = \frac{13 \times 32}{(5 \times 2)^5} = \frac{416}{10^5}$$

$$= \frac{416}{10000} = 0.00416$$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

4. यदि $\sec A = 2$, जहाँ A एक न्यूनकोण है, तो $\tan A$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

प्रदत्त $\sec A = 2$

$\Rightarrow \sec^2 A = 4$

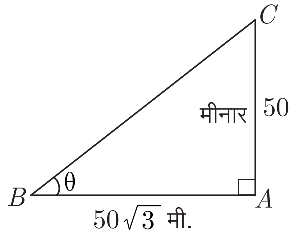
$\Rightarrow 1 + \tan^2 A = 4$

$\Rightarrow \tan^2 A = 3 = (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow \tan A = \sqrt{3}$ ($\because$ A एक न्यूनकोण है)

5. 50 मीटर ऊँची मीनार के पाद से $50\sqrt{3}$ मीटर दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर मीनार का उन्नयन कोण कितना होगा। (1)

उत्तर :



चित्रानुसार, AC मीनार है जहाँ $\angle ABC = \theta$ उन्नयन कोण है।

अतः $\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{50}{50\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

अतः $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^0 \Rightarrow \theta = 30^\circ$

6. किसी दिये हुए आधार के एक ही ओर अन्तरित होने वाले समकोणों के शीर्षों का बिन्दुपथ लिखिये। (1)

उत्तर :

आधार के समान्तर शीर्ष बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा इसका बिन्दुपथ होगा।

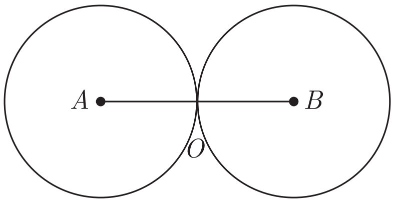
7. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि दोनों वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 cm तथा 3 cm हों, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी लिखिए। (1)

उत्तर :

यदि दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी

$= AO + OB$

$= 5 + 3 = 8$ सेमी.



8. बारह टिकटों पर एक-एक संख्या 1 से 12 तक लिखी गई हैं। यदि उनमें से किसी एक टिकट का यादृच्छिक चयन किया जाए तो इस पर लिखी हुई संख्या के 2 या 3 गुणज होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

1 से 12 तक के अंकों में 2 या 3 के गुणज

= 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12

अतः अनुकूल घटनाएँ $= 8$

अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

9. किसी सड़क पर लगी यातायात लाइटों को किसी कार द्वारा पार करने में लगे समय (सेकण्ड में) को $t_n = 2n - 1$ से प्रदर्शित किया जाए तो ज्ञात कीजिए कि वह कार दो क्रमागत संकेतों को कितने समय में पार करेगी? (1)

उत्तर :

किसी सड़क पर लगी यातायात लाइटों को किसी कार द्वारा पार करने में लगा समय,

$\therefore \quad t_n = 2n - 1$ ...(i)

$n = 1$ समीकरण (i) में रखने पर,

$t_1 = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$n = 2$ समीकरण (i) में रखने पर,

$t_2 = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$n = 3$ समीकरण (i) में रखने पर,

$t_3 = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

क्रमागत संकेतों को पार करने में लगा समय

$= t_2 - t_1$

$= 3 - 1 = 2$ सेकण्ड

10. रमेश को अपने गाँव जाने के लिए 10 किमी. बस से एवं 50 किमी. रेल से जाना होता है। यदि उसे कुल 65 रूपये किराया देना पड़ा तो इस समस्या का बीजगणितीय रूप लिखिए। (1)

उत्तर :

माना बस का किराया $= x$ रू. प्रति किमी.

रेल का किराया $= y$ रू. प्रति किमी.

तो प्रश्नानुसार, $10x + 50y = 65$

$2x + 10y = 13$

भाग-ब

11. सूत्र निखिलम् का प्रयोग करते हुए $3994 \div 97$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

	खण्ड	
प्रथम	द्वितीय	तृतीय
97	39	9 4
03	0	9
		2 7
	39	2 1 1
	+2	−1 9 4
	41	1 7

संकेतः

1. पूरक संख्या $= 100 - 97 = 03$
2. भागफल $= 39$, शेषफल $= 211$
3. शेषफल $>$ भाजक, अतः संशोधन आवश्यक

संशोधित भाग $= 41$ तथा शेषफल $= 17$

12. दो संख्याओं का ल.स. 78 और म.स. 2 है। यदि इन संख्याओं में से पहली संख्या x हो, तो दूसरी संख्या क्या होगी? (2)

उत्तर :
हम जानते हैं, कि
पहली संख्या $\times$ दूसरी संख्या

$$= \text{ल. स.} \times \text{म. स.}$$

अतः दूसरी संख्या,

$$= \frac{\text{ल. स.} \times \text{म. स.}}{\text{पहली संख्या}} = \frac{78 \times 2}{x} = \frac{156}{x}$$

13. एक अर्धवृत्ताकार प्लॉट की त्रिज्या 21 मीटर है। इसका क्षेत्रफल तथा परिमाप ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :
दिया है–
अर्धवृत्ताकार प्लॉट की त्रिज्या

$$(r) = 21 \text{ मीटर}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$= 693 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{तथा परिमाप} = \frac{1}{2} \times 2\pi r + 2r = \pi r + 2r$$

$$= \frac{22}{7} \times 21 + 2 \times 21$$

$$= 66 + 42 = 108 \text{ मीटर}$$

अतः प्लॉट का क्षेत्रफल 693 वर्ग मीटर तथा परिमाप 108 मीटर है।

14. यदि घनाभ की लम्बाई 12 मीटर, चौड़ाई 9 मीटर तथा ऊँचाई 8 मीटर है, तो घनाभ के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :
दिया है,

$$l = 12 \text{ मीटर},$$

$$b = 9 \text{ मीटर}, \; h = 8 \text{ मीटर}$$

हम जानते हैं, घनाभ का विकर्ण

$$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (8)^2}$$

$$= \sqrt{144 + 81 + 64}$$

$$= \sqrt{289} = \sqrt{17 \times 17}$$

$$= 17 \text{ मीटर}$$

अतः, घनाभ का विकर्ण $= 17$ मीटर

15. एक मोटर कार, A स्थान से B स्थान तक 175 किमी. दूरी 70 किमी/घण्टा समान गति से सभी 10 हरे यातायात सिग्नलों को पार करती है। भारी यातायात के कारण यह प्रथम सिग्नल पर एक मिनट, दूसरे सिग्नल पर 3 मिनट, तीसरे सिग्नल पर 5 मिनट एवं इसी प्रकार दसवें सिग्नल पर 19 मिनट रूकती है। स्थान B तक पहुँचने में इसे कुल कितना समय लगेगा? उपर्युक्त गणितीय विधि से हल कीजिए। (2)

उत्तर :
मोटर कार A स्थान से B स्थान तक बिना रूके जाने का समय

$$= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{175 \text{ किमी.}}{70 \text{ किमी./घण्टा}}$$

$= 2.5$ घण्टा अर्थात् 2 घण्टे 30 मिनट

प्रश्नानुसार, मोटरकार द्वारा सिग्नलों पर रूकने में लिये गये कुल समयों को श्रेणी के रूप में लिखते हैं तब
1,3,5,......19
$a = 1, \; d = 3 - 1 = 2, \; n = 10$
$\because$ सिग्नलों की संख्या $= 10$ है।
इसलिए सिग्नलों पर रूकने में लिया गया कुल समय,

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

मान रखने पर

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 1 + (10-1) \times 2]$$

$$= 5[2 + 9 \times 2]$$

$$= 5[2 + 18] = 5 \times 20 = 100 \text{ मिनट}$$

अतः मोटरकार द्वारा A से B तक पहुँचने में लिया गया कुल समय

= 2 घण्टा 30 मिनट + 100 मिनट

= 4 घण्टा 10 मिनट

भाग–स

16. यदि द्विघात बहुपद $f(x) = x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

दिया गया बहुपद, $f(x) = x^2 - 8x + k$
माना बहुपद $f(x)$ के शून्यक α व β हो तो
शून्यकों का योग,

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$(\alpha+\beta) = -\frac{b}{a} = \frac{-(-8)}{1} = 8 \quad ...(1)$$

तथा शून्यकों का गुणनफल,

$$(\alpha \times \beta) = \frac{c}{a} = \frac{k}{1} = k \quad ...(2)$$

अब, समीकरण (1) से,

$$(\alpha+\beta) = 8$$

दोनों ओर वर्ग करने पर,

$$(\alpha+\beta)^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow \quad \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta = 64 \quad ...(3)$$

$\because$ दिया गया है शून्यकों के वर्गों का योग 40 है।

अर्थात् $\alpha^2+\beta^2 = 40$ ...(4)

समीकरण (4) व (2) का मान समीकरण (3) में रखने पर,

$$40+2k = 64$$
$$2k = 64-40$$
$$2k = 24$$
$$k = \frac{24}{2} = 12$$

अतः $k = 12$

17. एक A.P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अन्तिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना कि A.P. का प्रथम पद a और सर्वान्तर d है। दिया है कि,

तीसरा पद $a_3 = 12$

$$a+(3-1)d = 12 \quad [\because a_n = a+(n-1)d]$$

$$\Rightarrow \quad a+2d = 12 \quad ...(1)$$

और अन्तिम पद $= a_{50} = 106$

$$a+(50-1)d = 106$$

$$\Rightarrow \quad a+49d = 106 \quad ...(2)$$

समीकरण (2) में से (1) को घटाने पर,

$$\begin{array}{rcl} a+49d & = & 106 \\ a+2d & = & 12 \\ - \; - & & - \\ \hline 47d & = & 94 \end{array}$$

$$\therefore \quad d = \frac{94}{17} = 2$$

d का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$a+2(2) = 12$$
$$\Rightarrow \quad a+4 = 12$$
$$\therefore \quad a = 12-4 = 8$$

अब श्रेणी का 29वाँ पद,

$$a_{29} = a+(29-1)d$$
$$= 8+28(2) = 8+56 = 64$$

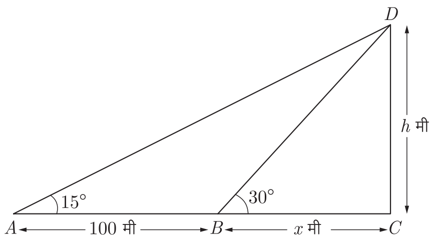
अतः A.P. का 29वाँ पद $= 64$

18. किसी स्तम्भ की चोटी का उन्नयन कोण समतल पर स्थित एक बिन्दु से 15° है। स्तम्भ की ओर 100 मीटर चलने पर उन्नयन कोण 30° हो जाता है तो स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (3)

(जहाँ $\tan 15° = 2-\sqrt{3}$ है।)

उत्तर :

वैकल्पिक हल– माना CD एक स्तम्भ है, जिसकी ऊँचाई h मीटर है। इसके शीर्ष D का समतल पर बिन्दु A से उन्नयन कोण 15^0 है। A से स्तम्भ की ओर 100 मीटर चलने पर बिन्दु B का उन्नयन कोण 30^0 हो जाता है। माना $BC = x$ मी., अतः $\angle DAC = 15^0$, $\angle DBC = 30^0$, $AB = 100$ मीटर।



समकोण $\triangle BCD$ से,

$$\tan 30^0 = \frac{CD}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$x = h\sqrt{3} \text{ मीटर} \quad ...(i)$$

समकोण $\triangle ACD$ से,

$$\tan 15^0 = \frac{CD}{AC}$$

$$(2-\sqrt{3}) = \frac{h}{AB+BC} = \frac{h}{100+h\sqrt{3}}$$

$$(2-\sqrt{3})(100+h\sqrt{3}) = h$$

$$100+h\sqrt{3} = \frac{h(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})}$$

$$100+h\sqrt{3} = \frac{h(2+\sqrt{3})}{4-3}$$

$$100+h\sqrt{3} = h(2+\sqrt{3})$$

$$h(2+\sqrt{3})-h\sqrt{3} = 100$$

$$h(2+\sqrt{3}-\sqrt{3}) = 100$$

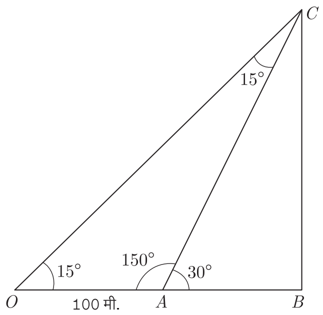
$$2h = 100$$

$$h = \frac{100}{2} \; 50 \text{ मीटर}$$

अतः स्तम्भ की ऊँचाई 50 मीटर है।

माना की स्तम्भ की चोटी C का उन्नतांश कोण समतल पर बिन्दु O से 15° और बिन्दु A से 30° है, जहाँ $OA = 100$ मी. है।

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।



$\angle COB = 15°$

और $\angle CAB = 30°$

$\therefore$ $\angle OCA = 15°$

और $OA = AC = 100$ मीटर

समकोण त्रिभुज CBA में,

$\sin 30° = \dfrac{BC}{AC}$

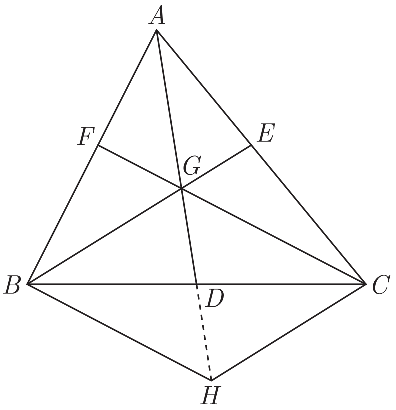
$\therefore$ $BC = AC \sin 30°$

$= 100 \times \dfrac{1}{2} = 50$ मी.

अतः स्तम्भ की ऊँचाई $= 50$ मीटर

19. सिद्ध कीजिये कि त्रिभुज की दो माध्यिकाओं का योग तीसरी माध्यिका से अधिक होता है। (3)

उत्तर :
दिया है– AD, BE और $CF, \Delta ABC$ की तीन माध्यिकायें है जिनका प्रतिच्छेद बिन्दु G है। अतः G केन्द्रक होगा।



सिद्ध करना है– दो माध्यिकाओं का योग $>$ तीसरी माध्यिका से

अर्थात् $AD + BE > CF$

$BE + CF > AD$

$AD + CF > BE$

रचना– AD को H तक बढ़ाया

जब $AG = GH$

HB और HC को मिलाया।

उपपत्ति– ΔABH में F, AB का मध्य बिन्दु है। (दिया है)

G, AH का मध्य बिन्दु है। (रचना से)

$\therefore$ $FG \parallel BH$

[$\because$ त्रिभुज में दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा त्रिभुज की तीसरी भुजा के समान्तर होती है।]

$GC \parallel BH$ ...(1)

E, AC का मध्य बिन्दु है। (दिया है)

G, AH का मध्य बिन्दु है। (रचना से)

$\therefore$ $GE \parallel HC$

$\Rightarrow$ $BG \parallel HC$ ...(2)

इस प्रकार चतुर्भुज $BHCG$ से,

$GC \parallel BH$ (समीकरण, 1 से)

और $BG \parallel HC$ (समीकरण, 2 से)

अब चतुर्भुज $BHCG$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

$\Rightarrow$ $BH = CG$

चूँकि, त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है। अब,

ΔBHG में, $BG + GH > BH$

$\Rightarrow$ $BG + AG > CG$

$\because$ $AG = GH$ (रचना से)

अतः $BH = CG$ (समीकरण 3 से)

$\frac{2}{3}BE + \frac{2}{3}AD > \frac{2}{3}CF$

$\because$ $AG = \frac{2}{3}AD$

$BG = \frac{2}{3}BE$

और $CG = \frac{2}{3}CF$

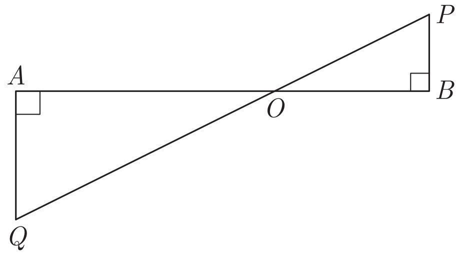
$\frac{2}{3}(BE + AD) > \frac{2}{3}CF$

$BE + AD > CF$

इसी प्रकार, $BE + CF > AD$

और $AD + CF > BE$ इतिसिद्धम्

20. आकृति में QA तथा PB, AB पर लम्ब है यदि $AB = 16$ सेमी. $OQ = 5\sqrt{13}$ सेमी और $OP = 3\sqrt{13}$ सेमी. है तो AO एवं BO के मान ज्ञात कीजिए। (3)



उत्तर :
ΔAOQ एवं ΔBOP में,

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$\angle OAQ = \angle OBP \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$\angle AOQ = \angle BOP \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

अतः AA समरूपता प्रमेय द्वारा,

$$\frac{AO}{BO} = \frac{OQ}{OP} = \frac{AQ}{BP} \quad ...(1)$$

परन्तु, $AB = AO + BO = 16$ सेमी.

माना कि, $AO = x$ तो $BO = 16 - x$

अतः $\frac{x}{16-x} = \frac{OQ}{OP}$ ...(1) से

या $\frac{x}{16-x} = \frac{5\sqrt{13}}{3\sqrt{13}}$

या $3x = 80 - 5x$

या $8x = 80$

या $x = 10$ सेमी. $\Rightarrow AO = 10$ सेमी.

एवं $BO = 16 - 10 = 6$ सेमी.

21. चक्रीय चतुर्भुज का सम्मुख कोण ज्ञात कीजिए यदि उसमें से एक कोण

1. दूसरे का $\frac{2}{7}$ हो

2. दूसरे का $\frac{11}{4}$ हो। (3)

उत्तर :

1. माना एक कोण $= x$ है।

$\therefore$ दूसरा कोण $= \frac{2}{7}x$

प्रश्नानुसार,

$$x + \frac{2}{7}x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{9}{7}x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180^\circ \times 7}{9} = 20 \times 7 = 140^\circ$$

अतः दूसरा कोण $= \frac{2}{7} \times x = \frac{2}{7} \times 140^\circ = 40^\circ$

अतः चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण $140^\circ, 40^\circ$ होंगे।

2. माना एक कोण $= x$ है।

दूसरा कोण $= \frac{11}{4}x$

प्रश्नानुसार,

$$x + \frac{11}{4}x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{15}{4}x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180 \times 4}{15}$$

$$= 12 \times 4 = 48^\circ$$

इसका दूसरा सम्मुख कोण

$$= 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

अतः चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण $48^\circ, 132^\circ$

22. 6 सेमी. व्यास का एक वृत्त बनाइए। एक बिंदु Q अंकित कीजिए जो कि इसके केन्द्र से 8 सेमी. दूर है। स्पर्श रेखाओं QA और QB की रचना कीजिए। उनकी लम्बाई मापिए। (3)

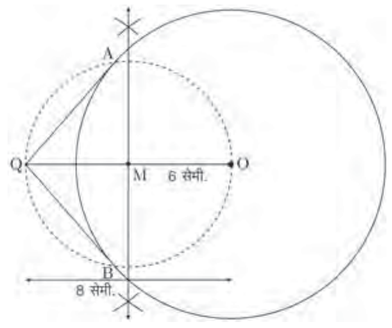
उत्तर :

रचना के चरण–

1. एक कागज के तल पर एक बिंदु O लीजिए तथा 6 सेमी. त्रिज्या लेकर वृत्त बनाइए।
2. केन्द्र से 8 सेमी. की दूरी पर एक बिंदु Q अंकित कीजिए और OQ को मिलाइए।
3. रेखाखंड OQ को समद्विभाजित कीजिए। माना समद्विभाजक बिंदु M है।
4. M को केन्द्र और OM को त्रिज्या लेकर, एक वृत्त बनाइए जोकि दिए गए वृत्त को A और B बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करता है।
5. QA और QB को मिलाइए ताकि अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ QA और QB प्राप्त हो।

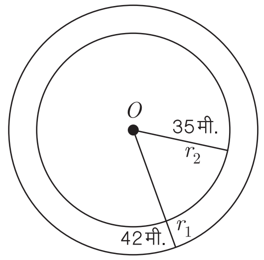
मापने पर हम पाते हैं कि,

$$QA = QB = 5.29 \text{ सेमी. (लगभग)}$$



23. एक वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या 35 मीटर है। इसके चारों ओर 7 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :



मैदान की त्रिज्या $= 35$ मीटर

मार्ग की चौड़ाई $= 7$ मीटर

मार्ग सहित मैदान की त्रिज्या,

$$r_1 = 35 + 7 = 42 \text{ मी.}$$

$$\text{मार्ग का क्षेत्रफल} = \pi(r_1^2 - r_2^2)$$

$$= \frac{22}{7}(42^2 - 35^2)$$

$$= \frac{22}{7}(42 + 35)(42 - 35)$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

$$= \frac{22}{7} \times 77 \times 7 \text{ मी.}^2$$

$$= 1694 \text{ मी.}^2$$

24. एक ठोस बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी. है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का एक-तिहाई है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :
प्रश्नानुसार,

$$\text{बेलन का वक्रपृष्ठ} = \frac{462}{3} = 154 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$2\pi rh = 154$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{154}{2\pi r} \quad ...(1)$$

तथा बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 462$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi r(h + r) = 462$$

समी. (1) से h का मान रखने पर,

$$\Rightarrow \quad 2\pi r\left(\frac{154}{2\pi r} + r\right) = 462$$

$$\Rightarrow \quad 154 + 2\pi r^2 = 462$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi r^2 = 462 - 154$$

$$\Rightarrow \quad \pi^2 = \frac{308}{2\pi} = \frac{308 \times 7}{2 \times 22}$$

$$\Rightarrow \quad r^2 = 49 \Rightarrow r = 7 \text{ सेमी.}$$

समी. (1) से
$$h = \frac{154}{2 \times \frac{22}{7} \times 7} = 3.5 \text{ सेमी.}$$

अतः
$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 3.5$$

$$= 359 \text{ घन सेमी.}$$

25. एक कक्षा में 18 लड़कियाँ और 16 लड़के हैं। कक्षा अध्यापक को कक्षा के मॉनीटर के लिये इनमें से एक का चयन करना है। वह प्रत्येक का नाम एक कार्ड पर लिखकर इन्हें एक टोकरी में रखती है और मिला देती है। एक बच्चे से टोकरी से एक कार्ड उठाने के लिये कहा जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि कार्ड पर:

1. एक लड़की का नाम है?
2. एक लड़के का नाम है?
3. कक्षा के सर्वश्रेष्ठ छात्र का नाम है?
4. शिव कुमार का नाम नहीं है, जो इस स्कूल के प्रधानाचार्य का बेटा है? (3)

उत्तर :

1. प्रारम्भिक घटनाओं की कुल संख्या

= लड़कियों और लड़कों की कुल संख्या

$$= 18 + 16 = 34$$

∴ कार्ड पर एक लड़की का नाम होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल अवसरों की संख्या}}{\text{कुल अवसरों की संख्या}} = \frac{18}{34} = \frac{9}{17}$$

2. कार्ड पर एक लड़के का नाम होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल अवसरों की संख्या}}{\text{कुल अवसरों की संख्या}} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

3. कक्षा का सर्वश्रेष्ठ छात्र केवल एक विशेष छात्र है।

∴ अनुकूल अवसरों की संख्या $= 1$

$$\therefore \text{ अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल अवसरों की संख्या}}{\text{कुल अवसरों की संख्या}} = \frac{1}{34}$$

4. शिव कुमार का नाम कार्ड पर नहीं होना चाहिए, अतः किसी भी अन्य छात्र नाम कार्ड पर हो सकता है।

∴ इस घटना के अनुकूल अवसरों की संख्या $= 33$

$$\therefore \text{ अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{33}{34}$$

भाग-द

26. निम्न रैखिक समीकरण युगम को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए-

$$2x + y = 6$$

$$2x - y = 2$$

अतः इसकी सहायता से सम्बन्ध $2x + 3y = p$ मे p का मान ज्ञात कीजिए। (6)

उत्तर :
दिये गये रैखिक समीकरण युग्म,

$$2x + y = 6 \quad ...(1)$$

$$2x - y = 2 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) के संगत बिन्दु सारणी प्राप्त करने पर,

$x = 0$ पर, $\quad 2 \times 0 + y = 6$

$$0 + y = 6$$

या $\quad y = 6$

तथा $x = 1$ पर, $\quad 2 \times 1 + y = 6$

$\Rightarrow \quad 2 + y = 6$

या $\quad y = 6 - 2 = 4$

इस प्रकार समीकरण (1) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होगी-

x	0	1
y	6	4

अतः समीकरण (2) के संगत बिन्दु सारणी प्राप्त करते हैं।
समीकरण (2) में $x = 0$ रखने पर,

$$4 \times 0 - 2y = 4$$

या $\quad 0 - 2y = 4$

या $\quad y = \frac{4}{-2} = -2$

तथा $y = 0$ रखने पर,

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$y = 0$ पर $\quad 2x - 0 = 2$

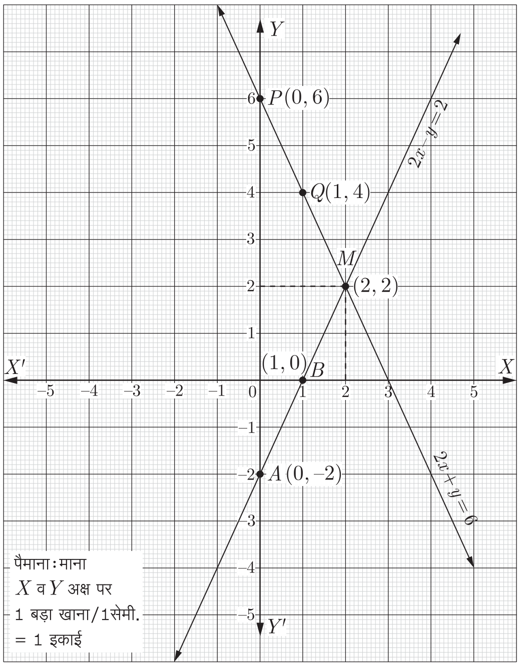
$$2x = 2$$

या $\quad x = \frac{2}{2} = 1$

अतः समीकरण (2) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है–

x	0	1
y	-2	0

उपरोक्त समीकरण (1) एवं (2) से प्राप्त बिन्दु सारणियों की सहायता से ग्राफ पेपर पर रेखायुग्म का निरूपण करते हैं।
दोनों रेखायें बिन्दु $M(2,2)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं। अतः समीकरण निकाय का अभीष्ट हल $x = 2$ व $y = 2$ है।



$x = 2$ व $y = 2$ को दिये गये सम्बन्ध $2x + 3y = p$ में रखने पर,

$$2 \times 2 + 3 \times 2 = p$$

$\Rightarrow \quad 4 + 6 = p$

$\therefore \quad p = 10$

27. सिद्ध कीजिए कि–

1. $(1 + \tan^2\theta)(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta) = 1$
2. $\cos^4\theta - \sin^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ (3+3=6)

उत्तर :

1. L.H.S. से,
$(1 + \tan^2\theta)(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)$

$$= \sec^2\theta(1 - \sin^2\theta) \quad [\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta]$$

$$= \frac{1}{\cos^2\theta} \times \cos^2\theta \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$$

$$= 1 = \text{R.H.S.}$$

2. L.H.S. $= \cos^4\theta - \sin^4\theta$

$$= (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2$$

$$= (\cos^2\theta - \sin^2\theta)(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$= \cos^2\theta - \sin^2\theta \quad [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

$$= (1 - \sin^2\theta) - \sin^2\theta \quad [\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$$

$$= 1 - 2\sin^2\theta = \text{R.H.S.}$$ इतिसिद्धम्

अथवा

27. 1. सिद्ध कीजिए कि– $\frac{1 - \tan^2\alpha}{\cot^2\alpha - 1} = \tan^2\alpha$

2. यदि $a\cos\theta + b\sin\theta = m$ तथा $a\sin\theta - b\cos\theta = n$ तो सिद्ध कीजिए:
$m^2 + n^2 = a^2 + b^2$ (3+3=6)

उत्तर :

1. L.H.S $= \frac{1 - \tan^2\alpha}{\cos^2\alpha - 1}$

$$= \frac{\frac{1}{1} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \frac{1}{1}} = \frac{\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}}$$

$$= \frac{(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}{\cos^2\alpha} \times \frac{\sin^2\alpha}{(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}$$

$$= \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$= \tan^2\alpha = \text{R.H.S.}$$ इतिसिद्धम्

2. दिया है,

$$m = a\cos\theta + b\sin\theta$$

या $\quad m^2 = (a\cos\theta + b\sin\theta)^2$

$$= a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta + 2ab\sin\theta\cos\theta$$

तथा $\quad n = a\sin\theta - b\cos\theta$

$$n^2 = (a\sin\theta - b\cos\theta)^2$$

$$= a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta$$

L.H.S. से,

$$m^2 + n^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta + 2ab\sin\theta\cos\theta$$

$$+ a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta - 2ab\sin\theta\cos\theta$$

$$= a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta + a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta$$

$$= a^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + b^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$

$$= a^2 + b^2 \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$$

$$= \text{R.H.S.}$$ इतिसिद्धम्

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

28. 1. बिन्दुओं (6,8) और (2,4) को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु से बिन्दु (1,2) की दूरी ज्ञात कीजिए। (3)

2. सिद्ध कीजिए कि मूल बिन्दू O बिन्दुओं $A(1,-3)$ और $B(-3,9)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 1:3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है। बाह्य विभाजन करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

1. दिए गए बिन्दुओं (6,8) तथा (2,4) के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{6+2}{2}, \frac{8+4}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{12}{2}\right) = (4,6)$$

अब बिन्दु (4,6) की बिन्दु (1,2) से दूरी

$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(1-4)^2+(2-6)^2} = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2}$$

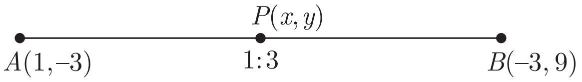
$$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

अतः अभीष्ट बीच की दूरी 5 होगी।

2. माना कोई बिन्दु (x,y) दिये गये बिन्दुओं $A(1,-3)$ और $B(-3,9)$ को 1:3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है।

यहाँ $x_1 = 1,\ x_2 = -3,\ y_1 = -3,\ y_2 = 9$

तथा $m_1 = 1,\ m_2 = 3$



$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}$$

$$= \frac{1\times(-3)+3(1)}{1+3}$$

$$= \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$y = \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$$

$$= \frac{1\times 9+3\times(-3)}{1+3}$$

$$= \frac{9-9}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

∵ प्राप्त बिन्दु के निर्देशांक (0,0) हैं जो मूलबिन्दू है। अतः मूलबिन्दु O दिए गए बिन्दुओं के मिलाने वाले रेखाखण्ड को 1:3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है। यही सिद्ध करना था।

अब बाह्य बिन्दु के निर्देशांक

$$x = \frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}$$

$$= \frac{1\times(-3)-3(1)}{1-3} = \frac{-3-3}{-2}$$

$$= \frac{-6}{-2} = 3$$

तथा $$y = \frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}$$

$$= \frac{1\times 9-3\times(-3)}{1-3} = \frac{9+9}{-2}$$

$$= \frac{18}{-2} = -9$$

अतः बाह्य विभाजन करने वाले बिन्दु P के निर्देशांक $(3,-9)$ हैं।

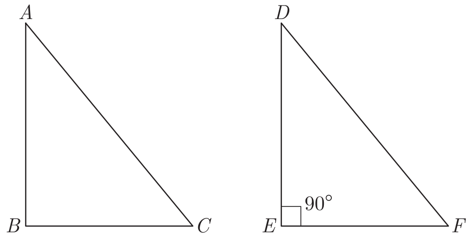
इतिसिद्धम्

29. सिद्ध करो कि किसी त्रिभुज की दो भुजाओं पर बने वर्गों का योग उसकी तीसरी भुजा पर बने वर्ग के बराबर हो तो वह त्रिभुज समकोण त्रिभुज होता है। (6)

उत्तर :

दिया हुआ है– ΔABC में $AC^2 = AB^2 + BC^2$

सिद्ध करना है– ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।



रचना– एक समकोण भिभुज DEF की रचना इस प्रकार करें कि $DE = AB,\ EF = BC$ एवं $\angle E = 90°$ हो।

उपपत्ति– $DF^2 = DE^2 + EF^2$ (बौधायन प्रमेय से)

$\Rightarrow$ $DF^2 = AB^2 + BC^2$ (रचना से)

परन्तु, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (दिया हुआ)

अतः $AC^2 = DF^2$

या $AC = DF$ ...(1)

ΔABC एवं ΔDEF में

$AB = DE,\ BC = EF$ (रचना से)

एवं $AC = DF$ ...(1) से

अतः SSS सर्वांगसमता प्रमेय से,

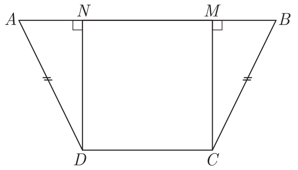
$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ में

$\Rightarrow$ $\angle B = \angle D = 90°$

$\Rightarrow$ ΔABC एक समकोण त्रिभुज है। इतिसिद्धम्

अथवा

29. आकृति में, $ABCD$ एक चतुर्भुज है, जिसमें $AD = BC$ और $\angle ADC = \angle BCD$ है। सिद्ध कीजिए $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। (6)



उत्तर :

दिया है– चतुर्भुज $ABCD$ में $AD = BC$ और $\angle ADC = \angle BCD$ है।

सिद्ध करना है– $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।

रचना– $DN \perp AB$ और $CM \perp AB$ खींचे।

उपपत्ति– दिया है कि,

$$\angle ADC = \angle BCD \quad ...(1)$$

$$\therefore \quad \angle ADN = \angle ADC - 90^\circ$$

$$= \angle BCD - 90^\circ \text{(समीकरण (1) से)}$$

$$\angle ADN = \angle BCM \quad ...(2)$$

अब ΔAND और ΔBMC में,

$$\angle AND = \angle BMC \quad \text{(समकोण)}$$

$$\angle ADN = \angle BCM \quad \text{(समीकरण (2) से)}$$

और $AD = BC$ (दिया है)

$\therefore$ $\Delta AND \cong \Delta BMC$ (AAS) से

अतः सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण समान होंगे।

अर्थात् $\angle A = \angle B$ ...(3)

इसी प्रकार $\angle C = \angle D$ ...(4)

परन्तु $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

समीकरण (3) और (4) से,

$$\angle B + \angle B + \angle D + \angle D = 360^\circ$$

$$2\angle B + 2\angle D = 360^\circ$$

$$\therefore \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$\therefore$ $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। इतिसिद्धम्

30. निम्न सारणी किसी अस्पताल में भर्ती रोगियों की आयु दर्शाती है–

आयु (वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
परिवारों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों से बहुलक तथा माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केन्द्रीय मापों की तुलना कीजिए और इनकी व्याख्या कीजिए। (6)

उत्तर :

बहुलक के लिए– यहाँ अधिकतम बारम्बारता 23 है। इसका संगत वर्ग अन्तराल 35-45 है।

अतः, बहुलक वर्ग $= 35 - 45$

$$l = 35,\ f_0 = 21,\ f_1 = 23,\ f_2 = 14,\ h = 10$$

सूत्र $$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 35 + \left(\frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14}\right) \times 10$$

$$= 35 + \left(\frac{2 \times 10}{46 - 35}\right) = 35 + \frac{20}{11}$$

$$= 35 + 1.8 = 36.8$$

अतः बहुलक $= 36.8$ वर्ष

माध्य के लिए: माना कल्पित माध्य $A = 40$

आयु (वर्षों में)	मध्य बिन्दु, x_i	बारम्बारता, f_i	विचलन, $d_i = x_i - f_i$	$f_i d_i$	
5-15	10	6	-30	-180	
15-25	20	11	-20	-220	-610
25-35	30	21	-10	-210	
35-45	$40 = A$	23	0	0	
45-55	50	14	10	140	240
55-65	60	5	20	100	
		$\sum f_i = 80$		$\sum f_i d_i = -370$	

$$\because \text{ समान्तर माध्य, } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 40 - \frac{370}{80}$$

$$= 40 - 4.625 = 35.375$$

अतः, आँकड़ों का बहुलक $= 36.8$ वर्ष तथा माध्य $= 35.375$ वर्ष अस्पताल में भर्ती अधिकतम रोगी 36.8 वर्ष (लगभग) के हैं जबकि औसतन अस्पताल में भर्ती किए गये रोगियों की आयु 35.57 वर्ष है।

□□□□□□□

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।