No of Questions : 30

No of Pages : 5

नामांक

माध्यमिक परीक्षा, 2019

गणित

मॉडल पेपर 2

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे **पूर्णांक : 80**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश–

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग–अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए 103×197 का मान ज्ञात कीजिए। (1)

2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चयों द्वारा समीकरण $\frac{5}{3x+2}+\frac{5}{2x+8}=0$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

3. बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि $\frac{13}{3125}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं? (1)

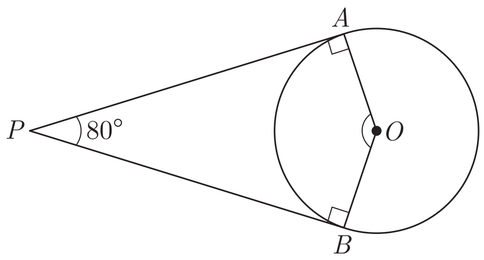
4. यदि $\cos A = \frac{2}{5}$, तो $4+4\tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

5. किसी समय एक खम्भे की लम्बाई और उसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1:\sqrt{3}$ है, तो उस समय सूर्य का उन्नयन कोण कितना होगा? (1)

6. तीन असंरेखीय बिन्दु A, B तथा C से होकर जाने वाले वृत्त के केन्द्र का बिन्दुपथ निर्धारित कीजिये। (1)

7. दिए गए चित्र में यदि PA व PB, केन्द्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle APB = 80^\circ$ तो $\angle AOB$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

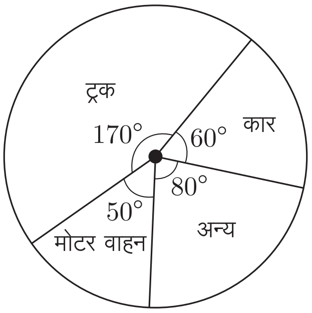
www.rbse.online



8. दो पासों को फेंकने पर अंकों का योग 7 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)

9. प्रत्येक किलोमीटर के बाद का टैक्सी किराया जबकि प्रथम किलोमीटर के लिए किराया 10 रूपये है और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर के लिए किराया 6 रूपये है। उपरोक्त स्थिति समान्तर श्रेढ़ी है या नहीं? (1)

10. दिये गये पाई चार्ट में एक शहर में विभिन्न वाहनों द्वारा किया गया प्रदूषण विभाजन को दर्शाया गया है।



यदि कुल प्रदूषण 720 इकाई माना गया है तो कारों द्वारा उत्पन्न प्रदूषण की मात्रा क्या है? (1)

भाग–ब

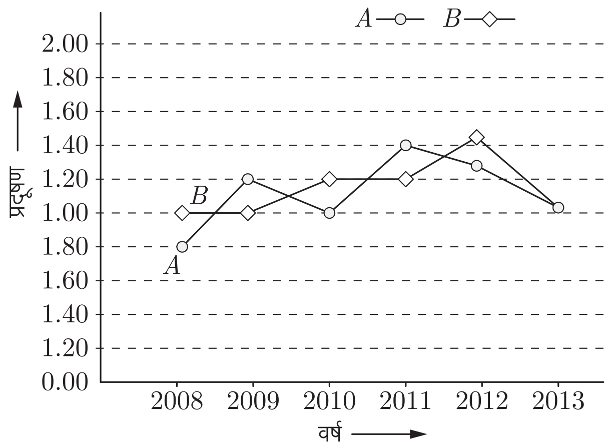
11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 4312 का वर्ग ज्ञात कीजिए। (2)

12. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। (2)

13. एक वृत्त की परिधि 44 मीटर है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (2)

14. एक माचिस की डिब्बी की माप 4 सेमी. $\times$ 2.5 सेमी. $\times$ 1.5 सेमी. है। इस तरह की 12 डिब्बियों के पैकिट का आयतन क्या होगा? (2)

15. नीचे दिये गये ग्राफ में दो प्रकार के वाहनों A व B के छः वर्षों के प्रदूषण का आँकड़ा दिया गया है। A घरेलू वाहनों तथा B व्यावसायिक वाहनों को दर्शाता है, तो ग्राफ का अध्ययन कर नीचे दिये गये प्रश्नों का उत्तर दीजिए।



1. यदि B का वर्ष 2010 तथा 2011 में कुल प्रदूषण 2.4 इकाई हो तो वर्ष 2008 व 2009 में प्रदूषण कितना मापा गया?
2. दिये गये वर्षों में B का औसत प्रदूषण कितना है? $1+1=2$

भाग–स

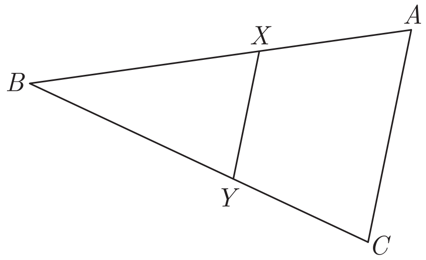
16. बहुपद $f(x)=4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों के मध्य सम्बन्ध सत्यापित कीजिए। (3)

17. यदि किसी A.P. के प्रथम 12 पदों का योग 468 है तथा इसका सार्वअन्तर 6 है तो 10वाँ पद ज्ञात कीजिए। (3)

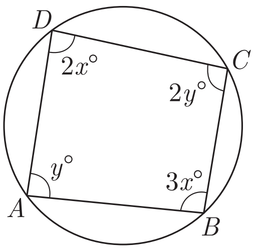
18. किसी अपूर्ण मीनार के आधार से 120 मीटर दूर किसी बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण $30°$ है। ज्ञात कीजिए कि मीनार को और कितना ऊँचा बनाया जाए जिससे उसी स्थान पर उसका उन्नयन कोण $60°$ हो जाये? (3)

19. एक ΔABC में, माध्यिकाएँ AD, BE और CF बिन्दु G पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिये कि $AD+BE>\frac{3}{2}AB$ (संकेत $AG+BG>AB$) (3)

20. दी गई आकृति में रेखाखण्ड XY, त्रिभुज ABC की भुजा AC के समान्तर है तथा त्रिभुज को दो समान भागों में बाँटती है। अनुपात $\frac{AX}{AB}$ ज्ञात कीजिए। (3)



21. आकृति में, चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ के चारों कोण ज्ञात कीजिए। (3)



22. 5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इस पर दो स्पर्श रेखाओं का युग्म इस प्रकार बनाइए कि उनके बीच बना कोण $60°$ हो। दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाई मापिए। (3)

23. एक वृत्ताकार खेत पर ₹24 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय ₹5280 है। इस क्षेत्र की ₹0.50 प्रतिवर्ग मीटर की दर से जुताई कराई जाती है। खेत की जुताई करने का व्यय ज्ञात कीजिए। (3)

24. एक लम्ब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई 7 सेमी. और आधार की त्रिज्या 3 सेमी. है। इसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए। (3)

www.rbse.online

25. एक थैले में 5 काली, 7 लाल और 3 सफेद गेंद हैं। एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद

1. लाल हैं
2. काली या सफेद है
3. काली नहीं है। (3)

भाग–द

26. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए–

$$2x + 3y = 8$$

$$x - 2y = -3$$

अतः इसकी सहायता से संबंध $9x + 10y = Q$ में Q का मान ज्ञात कीजिए।। (6)

27. सिद्ध कीजिए कि–

1. $\dfrac{\sin\theta}{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta} = 2 + \dfrac{\sin\theta}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}$ (3)
2. $\dfrac{1 + \sec A}{\sec A} = \dfrac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$ (3)

अथवा

27. 1. $\cot\theta - \tan\theta = \dfrac{1 - 2\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$ (3)

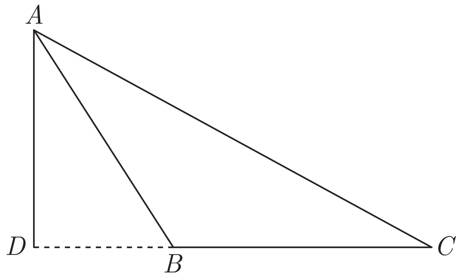
2. यदि $\sec\theta + \tan\theta = p$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{p^2 - 1}{p^2 + 1} = \sin\theta$ (3)

28. 1. एक रेखा का एक सिरा (4,0) है और मध्य बिन्दु (4,1) है, तो रेखा के दूसरे सिरे के निर्देशांक क्या होंगे? (3)

2. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(5, -2)$ और $(-1\frac{1}{2}, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 7:9 में बाह्य विभाजित करता है। (3)

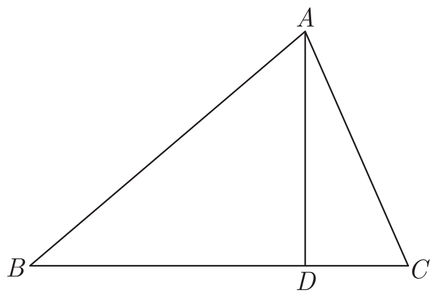
29. 1. सिद्ध करो कि एक अधिक कोण त्रिभुज ABC जिसका $\angle B$ अधिक कोण हो और $AD \perp BC$ है तो (3)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times BD$$



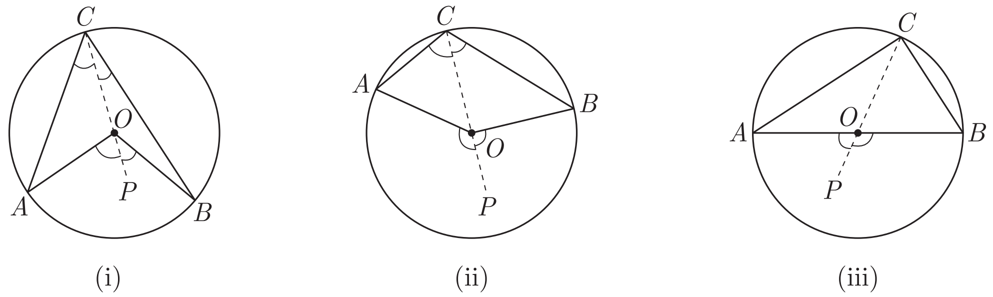
2. यदि $\triangle ABC$ एक न्यून कोण त्रिभुज है और $AD \perp BC$ तो

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD$$



अथवा

29. सिद्ध करो कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दोगुना होता है। (6)



30. गणित की एक परीक्षा में 30 छात्रों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का बंटन निम्नलिखित है।

प्राप्तांकों का वर्ग अन्तराल	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

इन आँकड़ों से कल्पित माध्य विधि से माध्य ज्ञात कीजिए तथा बहुलक भी ज्ञात कीजिए। (6)

□□□□□□□□

www.rbse.online

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019
10वीं कक्षा
गणित
मॉडल पेपर 2

समय : $3\frac{1}{4}$ घंटे **(पूर्णांक : 80)**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश–

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग–अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए 103×197 का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :
सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करने पर,

$$\begin{aligned} 103 \times 197 &= 1 \times (1+1)/03 \times 97 \\ &= 1 \times 2/03 \times 97 \\ &= 2/0291 = 20291 \end{aligned}$$

संकेत–
1. इकाई, दहाई वाले अंकों का योग $03 + 97 = 100$ तथा शेष निखिलम् अंक परस्पर समान $= 1$
2. दाहिने पक्ष में चार अंक।

2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चयों द्वारा समीकरण $\frac{5}{3x+2} + \frac{5}{2x+8} = 0$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

$$\frac{5}{3x+2} + \frac{5}{2x+8} = 0$$

यहाँ दोनों भिन्नों के अंश परस्पर समान $= 5$ हैं। अतः सुत्रानुसार,

$$3x + 2 + 2x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3x + 2x + 2 + 8 = 0$$

$$5x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 5x = -10$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-10}{5} = -2$$

3. बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि $\frac{13}{3125}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं? (1)

उत्तर :
जहाँ n और m ऋणेतर पूर्णांक हों तो उस संख्या का दशमलव प्रसार सांत होता है अन्यथा असांत आवर्ती होता है।

यहाँ, $\frac{13}{3125} = \frac{13}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{13}{5^5}$

क्योंकि हर में केवल 5^m है। हम जानते हैं कि जिस परिमेय संख्या के हर को $2^n 5^m$ के रूप में लिखा जा सकता है। उस परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सांत होगा।
यहाँ परिमेय संख्या का हर $3125 = 2^0.5^5, 2^n 5^m$ के रूप में है। अतः परिमेय संख्या $\frac{13}{3125}$ का दशमलव प्रसार सांत होगा।

4. यदि $\cos A = \frac{2}{5}$, तो $4 + 4\tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

दिया है, $\cos A = \frac{2}{5}$

$\therefore$ $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{2/5} = \frac{5}{2}$

अब, $4 + 4\tan^2 A = 4(1+\tan^2 A)$

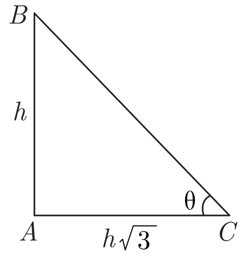
$= 4\sec^2 A$

$[\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$

$= 4\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{25}{4} = 25$

5. किसी समय एक खम्भे की लम्बाई और उसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1{:}\sqrt{3}$ है, तो उस समय सूर्य का उन्नयन कोण कितना होगा? (1)

उत्तर :
माना खम्भे की ऊँचाई h मीटर तथा $ACB = \theta°$ है।

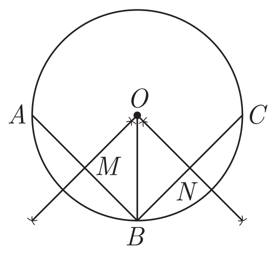


$\triangle ABC$ में, $\tan\theta = \frac{h}{h\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

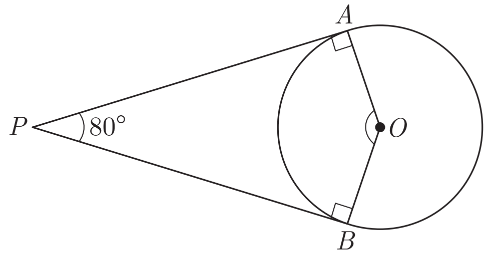
अतः $\theta = 30°$

6. तीन असंरेखीय बिन्दु A, B तथा C से होकर जाने वाले वृत्त के केन्द्र का बिन्दुपथ निर्धारित कीजिये। (1)

उत्तर :
एक बिन्दु जो भुजाओं AB तथा BC के लम्ब समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु O होगा।



7. दिए गए चित्र में यदि PA व PB, केन्द्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle APB = 80°$ तो $\angle AOB$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)



उत्तर :
$\because$ PA तथा PB दो स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\angle PAO = \angle PBO = 90^0$

और दिया है, $\angle APB = 80^0$

चतुर्भुज $OAPB$ में चारों कोणों के योग नियम से,
अतः $\angle AOB + \angle OBP + \angle BPA + \angle PAO = 360^0$

$\angle AOB + 90^0 + 80^0 + 90^0 = 360^0$

$\angle AOB = 100^0$

8. दो पासों को फेंकने पर अंकों का योग 7 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :
दो पासों को फेंकने पर कुल सम्भव परिणाम

$= 6 \times 6 = 36$

अंकों का योग 7 आने की स्थितियाँ

$= (1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)$

अतः अंकों का योग 7 आने की सम्भव घटनाएँ $= 6$।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

9. प्रत्येक किलोमीटर के बाद का टैक्सी किराया जबकि प्रथम किलोमीटर के लिए किराया 10 रूपये है और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर के लिए किराया 6 रूपये है। उपरोक्त स्थिति समान्तर श्रेढ़ी है या नहीं? (1)

उत्तर :
माना कि टैक्सी का nवें किलोमीटर का किराया a_n से व्यक्त किया जाता है अतः प्रश्नानुसार,

$a_1 = 10$ रूपये

$a_2 = 10 + 6 = 16$

$a_3 = 16 + 6 = 22$

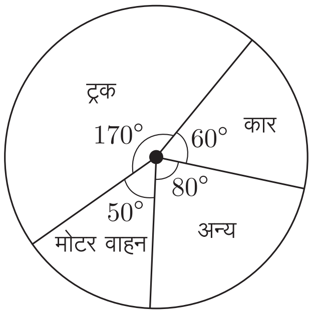
अब, $a_3 - a_2 = 22 - 16 = 6$

$a_2 - a_1 = 16 - 10 = 6$

यहाँ, $a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = 6$
अतः दी गई स्थिति समान्तर श्रेढ़ी के रूप की है।

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें
(व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

10. दिये गये पाई चार्ट में एक शहर में विभिन्न वाहनों द्वारा किया गया प्रदूषण विभाजन को दर्शाया गया है।



यदि कुल प्रदूषण 720 इकाई माना गया है तो कारों द्वारा उत्पन्न प्रदूषण की मात्रा क्या है? (1)

उत्तर :

$$\text{कारों द्वारा किया गया प्रदूषण} = \frac{720}{360} \times 60$$
$$= 2 \times 60 = 120 \text{ इकाई}$$

भाग–ब

11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 4312 का वर्ग ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :
4312 के सात अंक समूह निम्न प्रकार बनेंगे–
4, 43, 431, 4312, 312, 12, 2

$$(4312)^2 = (4)^2/4 \times 3 \times 2/4 \times 1 \times 2 + 3^2/4 \times 2 \times 2 + 3 \times 1 \times 2/3 \times 2 \times 2 + 1^2/1 \times 2 \times 2/2^2$$
$$= 16/_{2}4/_{1}7/_{2}2/_{1}3/4/4$$
$$(4312)^2 = 18593344$$

12. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। (2)

उत्तर :
माना कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।
हम ऐसी सह अभाज्य संख्याएँ a और b ज्ञात करते हैं कि,

$$\sqrt{3} = \frac{a}{b} \qquad (\text{जहाँ } b \neq 0)$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$3 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 3b^2$$

अतः $3, b^2$ को विभाजित करता है।
$\Rightarrow 3, a$ को भी विभाजित करेगा।

माना कि, $a = 3c$ (जहाँ c कोई पूर्णांक है)

$\Rightarrow \quad a^2 = 9c^2$

$\Rightarrow \quad 3b^2 = 9c^2 \qquad [\because a^2 = 3b^2]$

$\Rightarrow \quad b^2 = 3c^2$

अतः $3, b^2$ को विभाजित करता है।
$\Rightarrow 3, b$ को भी विभाजित करेगा।
अतः a और b में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 3 है।
परन्तु यह इस तथ्य का विरोध करता है कि a और b में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है। अतः हमारी परिकल्पना गलत है।
अतः $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम्

13. एक वृत्त की परिधि 44 मीटर है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

दिया है, वृत्त की परिधि $= 44$ मीटर

माना, वृत्त की त्रिज्या $= r$ मीटर

अतः परिधि, $2\pi r = 44$

$\Rightarrow \quad 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$\Rightarrow \quad r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7$ मीटर

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ वर्गमीटर

अतः वृत्त का क्षेत्रफल 154 वर्ग मीटर है।

14. एक माचिस की डिब्बी की माप 4 सेमी. × 2.5 सेमी. × 1.5 सेमी. है। इस तरह की 12 डिब्बियों के पैकिट का आयतन क्या होगा? (2)

उत्तर :
दिया है:

माचिस की डिब्बी की लम्बाई, $l = 4$ सेमी.

माचिस की डिब्बी की चौड़ाई, $b = 2.5$ सेमी.

माचिस की डिब्बी की ऊँचाई, $h = 1.5$ सेमी.

एक माचिस की डिब्बी का आयतन $= l \times b \times h$

$= 4 \times 2.5 \times 1.5$

$= 15$ सेमी^{3}

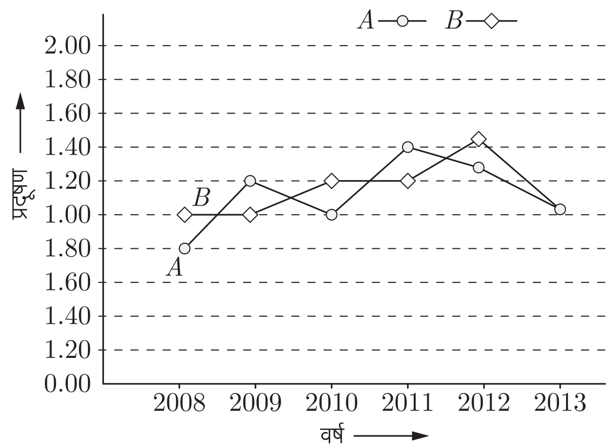
इसी प्रकार 12 माचिस की डिब्बियों के एक पैकेट का आयतन

$= 12 \times 15 = 180$ सेमी^{3}

15. नीचे दिये गये ग्राफ में दो प्रकार के वाहनों A व B के छः वर्षों के प्रदूषण का आँकड़ा दिया गया है। A घरेलू वाहनों तथा B व्यावसायिक वाहनों को दर्शाता है, तो ग्राफ का अध्ययन कर नीचे दिये गये प्रश्नों

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

का उत्तर दीजिए।



1. यदि B का वर्ष 2010 तथा 2011 में कुल प्रदूषण 2.4 इकाई हो तो वर्ष 2008 व 2009 में प्रदूषण कितना मापा गया?
2. दिये गये वर्षों में B का औसत प्रदूषण कितना है? $1 + 1 = 2$

उत्तर :

1. B का वर्ष 2008 एवं 2009 में कुल प्रदूषण

$$= 1.00 + \frac{0.2}{4} = 1.00 + 0.05 = \text{लगभग } 1.05$$

2. B का औसत प्रदूषण

$$= \frac{1.00 + 1.05 + 1.20 + 1.20 + 1.46 + 1.05}{6}$$

$$= \frac{6.96}{6} = 1.16$$

भाग–स

16. बहुपद $f(x) = 4\sqrt{3}\,x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों के मध्य सम्बन्ध सत्यापित कीजिए। (3)

उत्तर :

दिया है, $f(x) = 4\sqrt{3}\,x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}\,x^2 + 8x - 3x - 2\sqrt{3}$

$= 4x(\sqrt{3}\,x + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3}\,x + 2)$

$= (\sqrt{3}\,x + 2)(4x - \sqrt{3})$

बहुपद $f(x)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए $f(x)$ शून्य होगा।

अतः, $f(x) = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{3}\,x + 2)(4x - \sqrt{3}) = 0$

जब $\sqrt{3}\,x + 2 = 0$ हो, तो $\sqrt{3}\,x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{\sqrt{3}}$

या फिर $4x - \sqrt{3} = 0$ हो तो $4x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

अतः बहुपद $f(x)$ के शून्यक $\frac{-2}{\sqrt{3}}$ तथा $\frac{\sqrt{3}}{4}$ हैं।

शून्यकों के मध्य सम्बन्ध

शून्यकों का योग $= \frac{-2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{-8+3}{4\sqrt{3}} = \frac{-5}{4\sqrt{3}}$

शून्यकों का गुणनफल $= \frac{-2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = -\frac{1}{2}$

17. यदि किसी A.P. के प्रथम 12 पदों का योग 468 है तथा इसका सार्वअन्तर 6 है तो 10वाँ पद ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

दिया है, $S_n = 468,\ d = 6,\ n = 12$

$a_{10} = ?$

हम जानते हैं, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$468 = \frac{12}{2}[2a + (12-1)6]$

$= 6(2a + 66) = 12a + 396$

$a = \frac{468 - 396}{12} = \frac{72}{12}$

$a = 6$

$\therefore\ a_{10} = a + (n-1)d$

$= 6 + (10-1)6$

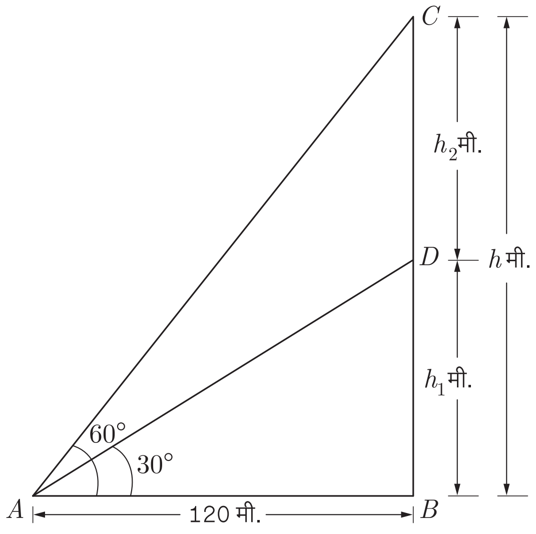
$= 6 + 9 \times 6 = 6 + 54$

$a_{10} = 60$

18. किसी अपूर्ण मीनार के आधार से 120 मीटर दूर किसी बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। ज्ञात कीजिए कि मीनार को और कितना ऊँचा बनाया जाए जिससे उसी स्थान पर उसका उन्नयन कोण 60° हो जाये? (3)

उत्तर :

माना कि मीनार को h_2 मीटर ऊँचा बनाया जाए जिससे उसी स्थान पर उसका उन्नयन कोण 60° हो जाये। साथ ही यह भी माना कि अपूर्ण मीनार की ऊँचाई h_1 मीटर है। इस प्रकार पूरी मीनार की ऊँचाई $h = h_1 + h_2$ है।



सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

अब समकोण ΔABD से,

$$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{DB}{AB}$$

$\therefore$ $$\tan 30^\circ = \frac{h_1}{120}$$

या $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h_1}{120} \qquad \left[\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$$

या $$\sqrt{3} \times h_1 = 120$$

या $$h_1 = \frac{120}{\sqrt{3}}$$

दोनों तरफ (अंश व हर में) $\sqrt{3}$ का गुणा करने पर,

$$h_1 = \frac{120 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{120 \times \sqrt{3}}{3}$$

$\therefore$ $$h_1 = 40 \times \sqrt{3} = 40 \times 1.732$$

या $$h_1 = 69.280 \text{ मीटर}$$

$$h_1 = 69.28 \text{ मीटर} \qquad ...(1)$$

पुनः समकोण ΔABC से

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{h}{120}$$

$\Rightarrow$ $$\tan 60^\circ = \frac{h}{120}$$

या $$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{h}{120}$$

$\therefore$ $$h = 120 \times \sqrt{3} = 120 \times 1.732$$

$$h = 207.840$$

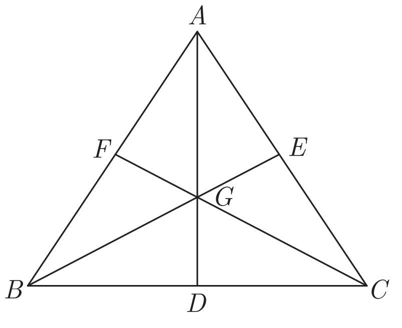
या $$h = 207.84 \text{ मीटर} \qquad ...(2)$$

और ऊँची बनाए जाने वाली मीनार की ऊँचाई,

$$h_2 = h - h_1 \qquad \text{(समी. 1 तथा 2 से)}$$
$$= 207.84 - 69.28$$
$$= 138.56 \text{ मीटर}$$

19. एक ΔABC में, माध्यिकाएँ AD, BE और CF बिन्दु G पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिये कि $AD + BE > \frac{3}{2}AB$
(संकेत $AG + BG > AB$) (3)

उत्तर :
दिया है, AD, BE और CF, ΔABC की तीन माध्यिकाएँ हैं जो बिन्दु G पर प्रतिच्छेद करती हैं।



सिद्ध करना है, $AD + BE > \frac{3}{2}AB$

उत्पत्ति–

$\because$ $$BG + GE = BE$$

(BG से दोनों पक्षों को भाग करने पर)

$\therefore$ $$\frac{BG}{BG} + \frac{GE}{BG} = \frac{BE}{BG}$$

$$1 + \frac{GE}{BG} = \frac{BE}{BG}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{BE}{BG} \qquad (GE : BG = 1:2)$$

$$\frac{3}{2} = \frac{BE}{BG}$$

$\Rightarrow$ $$BE = \frac{3}{2}BG \qquad ...(1)$$

इसी तरह से,

$$AG + GD = AD$$

$$\frac{AG}{AG} + \frac{GD}{AG} = \frac{AD}{AG}$$

(दोनों तरफ AG से भाग देने पर)

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{AD}{AG} \qquad (\because AG : GD = 2:1)$$

$$\frac{3}{2} = \frac{AD}{AG}$$

$$AD = \frac{3}{2}AG \qquad ...(2)$$

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर,

$$AD + BE = \frac{3}{2}AG + \frac{3}{2}BG$$

$$AD + BE = \frac{3}{2}(AG + BG) \qquad ...(3)$$

परन्तु ΔAGB में,

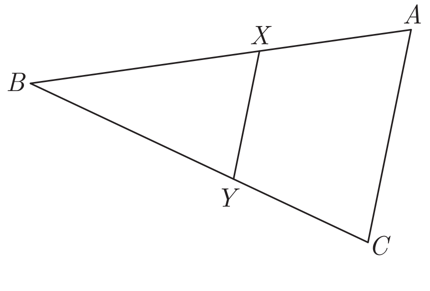
$$AG + BG > AB$$

$$\frac{3}{2}(AG + BG) > \frac{3}{2}AB \qquad ...(4)$$

समीकरण (3) तथा (4) से,

$$AD + BE > \frac{3}{2}AB$$ इतिसिद्धम्

20. दी गई आकृति में रेखाखण्ड XY, त्रिभुज ABC की भुजा AC के समान्तर है तथा त्रिभुज को दो समान भागों में बाँटती है। अनुपात $\frac{AX}{AB}$ ज्ञात कीजिए। (3)



उत्तर :

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

दिया है, $XY \parallel AC$

ΔBXY और ΔBAC में,

$$\angle BXY = \angle BAC \quad \text{(संगत कोण)}$$

$$\angle BYX = \angle BCA \quad \text{(संगत कोण)}$$

$\therefore$ $$\Delta BXY \sim \Delta BAC$$

(AA समरूपता गुणधर्म से)

$$\Rightarrow \frac{ar(\Delta BXY)}{ar(\Delta BAC)} = \frac{XB^2}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \frac{ar(\Delta BXY)}{ar(\Delta BAC)} = \left(\frac{XB}{AB}\right)^2 \quad \ldots(1)$$

परन्तु, $ar(\Delta BAC) = 2ar(\Delta XBY)$ (दिया है)

$$\Rightarrow \frac{ar(\Delta BXY)}{ar(\Delta BAC)} = \frac{1}{2} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\left(\frac{XB}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर)

$$\Rightarrow 1 - \frac{XB}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{AB - XB}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

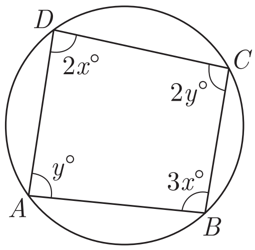
$$\Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

(अंश और हर को $\sqrt{2}$ से गुणा करने पर)

$$\Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

अतः $$\frac{AX}{AB} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

21. आकृति में, चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ के चारों कोण ज्ञात कीजिए। (3)



उत्तर :

चूँकिः $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$\therefore$ $$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

और $$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$\therefore$ $$2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5x^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x^\circ = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

इसी प्रकार से,

$$y^\circ + 2y^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3y^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow y^\circ = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

चित्र से, $$\angle A = y^\circ = 60^\circ$$

$$\angle B = 3x^\circ = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

$$\angle C = 2y^\circ = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle D = 2x^\circ = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

22. 5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इस पर दो स्पर्श रेखाओं का युग्म इस प्रकार बनाइए कि उनके बीच बना कोण 60° हो। दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाई मापिए। (3)

उत्तर :

रचना के चरण–

1. कागज पर एक बिंदु O लीजिए तथा त्रिज्या $OA = 5$ सेमी. लेकर एक वृत्त बनाइए।
2. OA को B तक इस प्रकार बढ़ाइए कि $OA = AB = 5$ सेमी. हो।
3. A को केन्द्र तथा $OA = AB = 5$ सेमी. त्रिज्या लेकर एक वृत्त बनाइए। मान लीजिए की यह चरण I में बनाए वृत्त को बिंदुओं P तथा Q पर प्रतिच्छेद करता है।
4. BP तथा BQ को मिलाइए।

तब BP तथा BQ अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं जिनके बीच 60° का कोण बना है (आकृति देखिए)।

समकोण ΔOPB में, हमें प्राप्त है

$$\angle OPB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow OP^2 + BP^2 = OB^2 \quad \text{(अर्धवृत्त में बना कोण)}$$

$$\Rightarrow (5)^2 + BP^2 = (10)^2$$

$$\Rightarrow BP^2 = 100 - 25 = 75$$

$$\Rightarrow BP = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

इसलिए, स्पर्श रेखा की लंबाई $5\sqrt{3}$ सेमी. है।

रचना के सत्यापन के लिए–

ΔOAP में, हमें प्राप्त है

$OA = OP = 5$ (O केन्द्र वाले वृत्त की त्रिज्या)

तथा $AP = 5$ सेमी. (A केन्द्र वाले वृत्त की त्रिज्या)

$\therefore$ ΔOAP एक समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow$ $\angle PAO = 60^\circ$ (समबाहु त्रिभुज समानकोणीय भी होता है)

$\Rightarrow$ $\angle BAP = 120^\circ$

[$\because$ $\angle BAP$ तथा $\angle PAO$ रैखिक युग्म बनाते हैं]

ΔBAP में, हमें प्राप्त है

$AB = AP$ तथा $\angle BAP = 120^\circ$

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

[$AB = AP = A$ केन्द्र वाले वृत्त की त्रिज्या]

$\therefore \quad \angle ABP = \angle APB = 30^\circ$

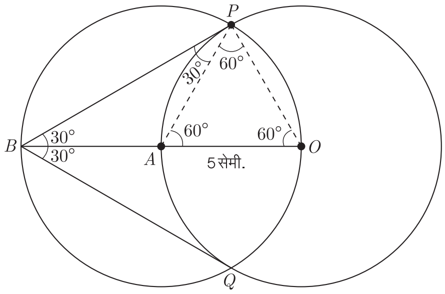
[Δ की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं]

इस प्रकार, हम सिद्ध कर सकते हैं कि

$\angle ABQ = \angle AQB = 30^\circ$

$\Rightarrow \quad \angle PBQ = \angle ABP + \angle ABQ$

$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$



23. एक वृत्ताकार खेत पर ₹24 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय ₹5280 है। इस क्षेत्र की ₹0.50 प्रतिवर्ग मीटर की दर से जुताई कराई जाती है। खेत की जुताई करने का व्यय ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

$$\text{बाड़ की लम्बाई (मी. में)} = \frac{\text{कुल व्यय}}{\text{दर}} = \frac{5280}{24} = 220$$

अतः खेत की परिधि $= 220$ मीटर

$\therefore$ यदि खेत की त्रिज्या r मीटर है, तो

परिधि, $2\pi r = 220$

या $2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$

या $r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35$

अर्थात्, खेत की त्रिज्या $= 35$ मीटर

अतः खेत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 35 \times 35$

$= 3850$ मी.^{2}

अब 1 मी.^{2} खेत की जुताई का व्यय $=$ ₹0.50

अतः खेत की जुताई कराने का कुल व्यय

$= 3850 \times 0.50 =$ ₹1925

24. एक लम्ब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई 7 सेमी. और आधार की त्रिज्या 3 सेमी. है। इसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

बेलन की ऊँचाई, $h = 7$ सेमी.

त्रिज्या, $r = 3$ सेमी.

बेलन का वक्रपृष्ठीय क्षे. $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 3$ सेमी.^{2}

$= 2 \times 22 \times 3$ सेमी.^{2}

$= 132$ सेमी.

अतः बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2\pi(h + r)r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (7 + 3) \times 3$ वर्ग सेमी.

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 3$ वर्ग सेमी.

$= \frac{1320}{7}$ वर्ग सेमी.

$= 188.57$ वर्ग सेमी.

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (3)^2 \times 7$ घन सेमी.

$= \frac{22}{7} \times 9 \times 7$ घन सेमी.

$= 198$ घन सेमी.

25. एक थैले में 5 काली, 7 लाल और 3 सफेद गेंद हैं। एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद

1. लाल हैं
2. काली या सफेद है
3. काली नहीं है। (3)

उत्तर :

कुल गेंदों की संख्या $= 5 + 7 + 3 = 15$

1. लाल गेंदों की संख्या 7 है।

$\therefore \quad P$ (लाल गेंद) $= \frac{7}{15}$

2. काली या सफेद गेंदों की संख्या $= 5 + 3 = 8$

$\therefore \quad P$ (काली या सफेद गेंद) $= \frac{8}{15}$

3. गेंदों की संख्या जो काली नहीं हैं $= 15 - 5 = 10$

$\therefore \quad P$ (काली गेंद न निकलना) $= \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

भाग–द

26. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए–

$2x + 3y = 8$

$x - 2y = -3$

अतः इसकी सहायता से संबंध $9x + 10y = Q$ में Q का मान ज्ञात कीजिए।। (6)

उत्तर :

दिया गया समीकरण युग्म है,

$2x + 3y = 8$ ...(1)

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$x - 2y = -3 \quad ...(2)$$

इस समीकरण (1) की बिन्दु सारणी प्राप्त करने पर,

$x = 1$ रखने पर,

$$2 \times 1 + 3y = 8$$

या $$2 + 3y = 8$$

या $$3y = 8 - 2 = 6$$

$\therefore$ $$y = \frac{6}{3} = 2$$

$x = 4$ रखने पर,

$$2 \times 4 + 3y = 8$$

या $$8 + 3y = 8$$

या $$3y = 8 - 8 = 0$$

$\therefore$ $$y = \frac{0}{3} = 0$$

अतः समीकरण (1) की बिन्दु सारणी निम्न प्राप्त होती है–

x	1	4
y	2	0

अतः हम समीकरण (2) की बिन्दु सारणी प्राप्त करते हैं।

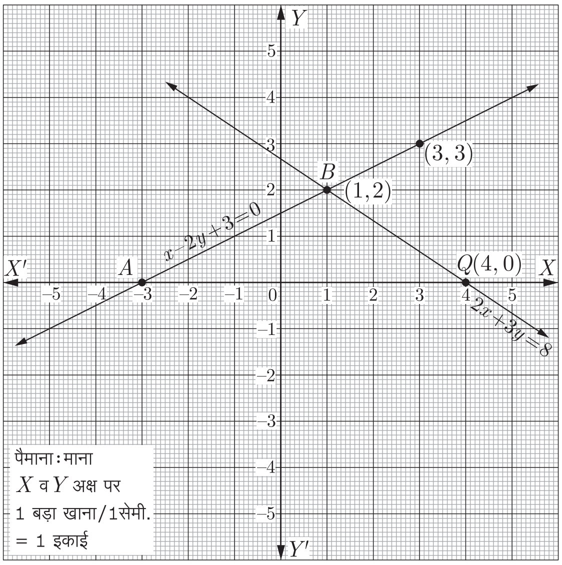
$$x - 2y = -3$$

या $$x + 3 = 2y$$

$\therefore$ $$y = \frac{x+3}{2}$$

$x = 1$ रखने पर, $y = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$x = 3$ रखने पर, $y = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$



इस प्रकार निम्न बिन्दु सारणी समीकरण (2) के लिए प्राप्त होती है–

x	1	3
y	2	3

उपरोक्त समीकरण (1) तथा (2) के संगत सारणियों की सहायता से ग्राफ का पेपर पर रेखाओं को निरूपित करते हैं।

दोनों रेखायें बिन्दु $B(1,2)$ पर प्रतिच्छेद होती हैं। अतः समीकरण युग्म का अभीष्ट हल $x = 1$ व $y = 2$ है।

$x = 1$ व $y = 2$ को दिए गए संबंध $9x + 10y = Q$ में रखने पर,

$$9 \times 1 + 10 \times 2 = Q$$

$$9 + 20 = Q$$

$$Q = 29$$

27. सिद्ध कीजिए कि–

1. $\frac{\sin\theta}{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta} = 2 + \frac{\sin\theta}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}$ (3)

2. $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$ (3)

उत्तर :

1. $$\text{L.H.S.} = \frac{\sin\theta}{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)}$$

अंश व हर में $(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$ का गुणा करने पर,

$$= \frac{\sin\theta}{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)} \times \frac{(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)}{(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)}$$

$$= \frac{\sin\theta(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)}{\cot^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)}{-(\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)}$$

$$= -\sin\theta(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$$

$$[\because \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1]$$

$$= -\sin\theta\left[\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{\sin\theta}\right]$$

$$= -\sin\theta\left[\frac{\cos\theta - 1}{\sin\theta}\right] = 1 - \cos\theta$$

$$\text{R.H.S.} = 2 + \frac{\sin\theta}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta}$$

अंश व हर में $(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)$ का गुणा करने पर,

$$= 2 + \frac{\sin\theta}{(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)} \times \frac{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)}{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)}$$

$$= 2 + \frac{\sin\theta(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)}{\cot^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= 2 + \frac{\sin\theta(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)}{-(\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)}$$

$$= 2 - \sin\theta\left[\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right] [\because \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1]$$

$$= 2 - \sin\theta\left(\frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right)$$

$$= 2 - 1 - \cos\theta = 1 - \cos\theta = \text{L.H.S.}$$

अतः $\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$ इति सिद्धम्

2. $$\text{L.H.S.} = \frac{1 + \sec A}{\sec A}$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

$$= \frac{1+\frac{1}{\cos A}}{\frac{1}{\cos A}} = \frac{(\cos A+1)}{\cos A \times \frac{1}{\cos A}}$$

$$= 1+\cos A$$

अंश व हर में $(1-\cos A)$ का गुणा करने पर,

$$= \frac{(1+\cos A)}{(1-\cos A)} \times (1-\cos A)$$

$$= \frac{1-\cos^2 A}{1-\cos A} = \frac{\sin^2 A}{1-\cos A}$$

$$= \text{R.H.S.}$$ इतिसिद्धम

अथवा

27. 1. $\cot\theta - \tan\theta = \dfrac{1-2\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$ (3)

2. यदि $\sec\theta + \tan\theta = p$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{p^2-1}{p^2+1} = \sin\theta$ (3)

उत्तर :

1. L.H.S. $= \cot\theta - \tan\theta$

$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{(\cos^2\theta) - \sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} \quad [\because \cos^2\theta = 1-\sin^2\theta]$$

$$= \frac{1-2\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \text{R.H.S.}$$ इति सिद्धम्

2. दिया है,

$$\sec\theta + \tan\theta = p$$

$$\text{L.H.S.} = \frac{p^2-1}{p^2+1}$$

$$= \frac{(\sec\theta+\tan\theta)^2 - 1}{(\sec\theta+\tan\theta)^2+1}$$

$$= \frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta\tan\theta - 1}{\sec^2\theta+\tan^2\theta+2\sec\theta\tan\theta+1}$$

$$= \frac{(\sec^2\theta - 1) + (\tan^2\theta + 2\tan\theta\sec\theta)}{(\sec^2\theta+\tan^2\theta+1)+2\tan\theta\sec\theta}$$

$$= \frac{\tan^2\theta+\tan^2\theta+2\tan\theta\sec\theta}{\sec^2\theta+\sec^2\theta+2\tan\theta\sec\theta}$$

$$= \frac{2\tan^2\theta+2\tan\theta\sec\theta}{2\sec^2\theta+2\tan\theta\sec\theta}$$

$$= \frac{2\tan\theta(\tan\theta+\sec\theta)}{2\sec\theta(\sec\theta+\tan\theta)}$$

$$= \frac{\tan\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta \times \frac{1}{\cos\theta}}$$

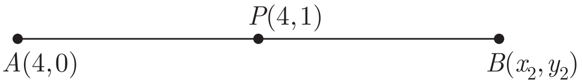
$$= \sin\theta = \text{R.H.S.}$$ इतिसिद्धम्

28. 1. एक रेखा का एक सिरा (4,0) है और मध्य बिन्दु (4,1) है, तो रेखा के दूसरे सिरे के निर्देशांक क्या होंगे? (3)

2. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(5,-2)$ और $(-1\frac{1}{2}, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 7:9 में बाह्य विभाजित करता है। (3)

उत्तर :

1. माना दूसरे सिरे के निर्देशांक (x_2, y_2) हैं।



$$\text{मध्य बिन्दु } 4 = \frac{4+x_2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 4\times 2 = 4 + x_2$$

$$x_2 = 8-4 = 4$$

और $$1 = \frac{0+y_2}{2}$$

$$2 = 0 + y_2$$

$$y = 2$$

$\therefore (x_2, y_2) = (4,2)$ अतः दूसरे सिरे के निर्देशांक $(4,2)$ हैं।

2. माना अभीष्ट बिन्दु (x, y) हैं।

$$x_1 = 5,\ x_2 = -1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$y_1 = -2,\ y_2 = 4, \text{ तथा } m_1 = 7$$

$$m_2 = 9$$

$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$$

$$= \frac{7\times -\frac{3}{2} - 9\times 5}{7-9}$$

$$= \frac{-\frac{21}{2} - 45}{-2} = \frac{-21-90}{-4}$$

$$= \frac{-111}{-4} = \frac{111}{4} = 27\frac{3}{4}$$

तथा $$y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1-m_2}$$

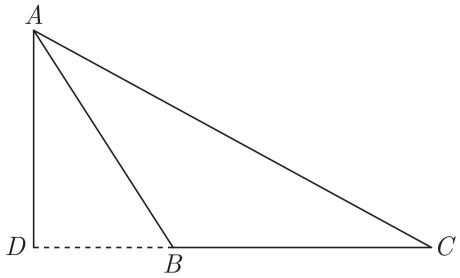
$$= \frac{7\times 4 - 9\times -2}{7-9} = \frac{28+18}{-2}$$

$$= \frac{46}{-2} = -23$$

$\therefore$ उस बिन्दु के निर्देशांक $= \left(27\frac{3}{4}, -23\right)$ हैं।

29. 1. सिद्ध करो कि एक अधिक कोण त्रिभुज ABC जिसका $\angle B$ अधिक कोण हो और $AD \perp BC$ है तो (3)

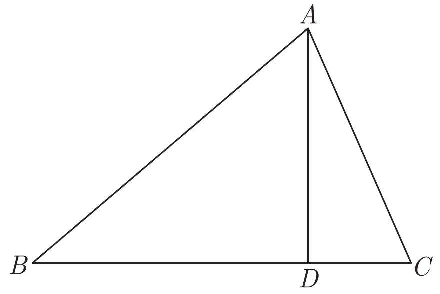
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times BD$$



सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

2. यदि $\Delta\, ABC$ एक न्यून कोण त्रिभुज है और $AD \perp BC$ तो (3)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD$$



उत्तर :
सिद्ध करना है,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times DB$$

उत्पत्ति– $\Delta\, ADB$ में $\angle D = 90°$ है। (दिया हुआ है)

अतः $AB^2 = AD^2 + DB^2$ ...(1)

अब $\Delta\, ADC$ में

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

या $AC^2 = AD^2 + (DB + BC)^2$

या $AC^2 = AD^2 + DB^2 + BC^2 + 2DB \times BC$

या $AC^2 = [AD^2 + DB^2] + BC^2 + 2DB \times BC$

या $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times DB$ [(1 से)]

अतः दूसरे शब्दों में अधिक कोण त्रिभुज में अधिक कोण के सम्मुख भुजा का वर्ग शेष दोनों भुजाओं के वर्गों एवं एक भुजा व दूसरी भुजा से का पहली भुजा पर पक्ष के गुणनफल के दुगुने के योग के बराबर होता है।
दिया हुआ है– ABC एक अधिक कोण त्रिभुज है, जिसमें $\angle B$ अधिक कोण है।

इतिसिद्धम्

दिया हुआ है– ABC एक त्रिभुज है, जिसमें $AD \perp BC$ है।
सिद्ध करना है–

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD$$

उत्पत्ति– $AB^2 = AD^2 + BD^2$

($\Delta\, ABD$ एक समकोण त्रिभुज है)

इसी प्रकार, $AC^2 = AD^2 + DC^2$

($\Delta\, ADC$ समकोण त्रिभुज है)

$AC^2 = AD^2 + (BC - BD)^2$

(आकृति से $DC = BC - BD$)

$AC^2 = AD^2 + BC^2 + BD^2 - 2BC \times BD$

$AC^2 = [AD^2 + BD^2] + BC^2 - 2BC \times BD$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD$ [(1 से)]

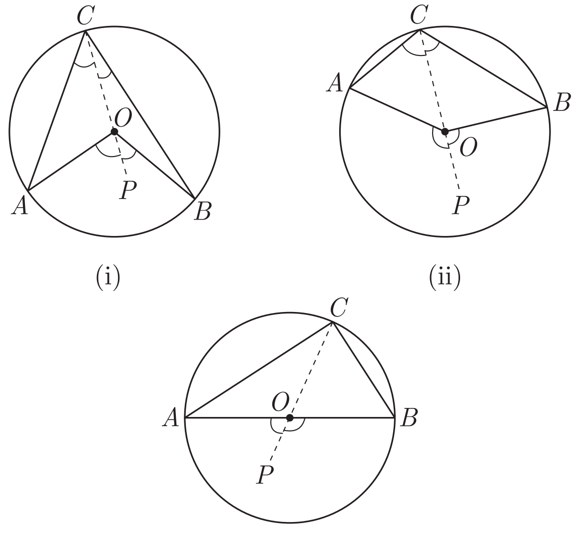
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD$

न्यून कोण त्रिभुज में किसी एक भुजा का वर्ग शेष दोनों भुजाओं के वर्गों के योग में से एक भुजा व दूसरी भुजा से पहली भुजा पर प्रक्षेपण के गुणनफल के दुगुने में से घटाने पर प्राप्त मान के बराबर होता है।

इतिसिद्धम्

अथवा

29. सिद्ध करो कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दोगुना होता है। (6)



(i) (ii) (iii)

उत्तर :
दिया हुआ है,
चाप AB द्वारा केन्द्र O पर अन्तरित $\angle AOB$ और शेष भाग पर अन्तरित $\angle ACB$ है।
सिद्ध करना– $\angle AOB = 2\angle ACB$
रचना– C को O से मिलाते हुए P तक बढ़ाया।
उत्पत्ति– $\Delta\, AOC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है, क्योंकि $OA = OC$ एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं।

अतः $\angle ACO = \angle OAC$ ...(1)

(त्रिभुज में बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।)

$\Delta\, AOC$ का $\angle AOP$ बहिष्कोण है।

अतः $\angle AOP = \angle ACO + \angle OAC$

($\angle ACO = \angle OAC$ (1) से)

$\angle AOP = \angle ACO + \angle ACO$

या $\angle AOP = 2\angle ACO$ ...(2)

या $\angle BOP = 2\angle BCO$ ...(3)

समीकरण (2) व (3) को जोड़ने पर,

$\angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACO + 2\angle BCO$

या $\angle AOP + \angle BOP = 2(\angle ACO + \angle BCO)$

या $\angle AOB = 2\angle ACB$

(आकृति (i), (ii) व (iii) से) इतिसिद्धम्

आकृति (iii) में $\angle ACB$ अर्द्धवृत्त पर बनने वाला कोण है।

सभी गुरूजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

यहाँ $\angle AOB = 180^\circ$ है अतः $\angle ACB = 90^\circ$ होगा, अर्थात् अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।

30. गणित की एक परीक्षा में 30 छात्रों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का बंटन निम्नलिखित है।

प्राप्तांकों का वर्ग अन्तराल	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

इन आँकड़ों से कल्पित माध्य विधि से माध्य ज्ञात कीजिए तथा बहुलक भी ज्ञात कीजिए। (6)

उत्तर :

माना कल्पित माध्य $(A) = 47.5$

प्राप्तांकों का वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या	मध्यमान x	$d_i = x - A$	$f_i d_i$	
10-25	2	17.5	-30	-60	-105
25-40	3	32.5	-10	-45	
40-55	7	$47.5 = A$	0	0	
55-70	6	62.5	15	90	540
70-85	6	77.5	30	180	
85-100	6	92.5	45	270	
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i d_i = 435$	

$\because$ समान्तर माध्य $(\bar{x}) = A + \dfrac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 47.5 + \dfrac{435}{30}$

$= 47.5 + 14.5 = 62$

दी गई सारणी से स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारम्बारता 7 है। अतः 7 का संगत वर्ग अन्तराल 40-55 है।

अतः बहुलक वर्ग 40-55 होगा।

पुनः $l = 40,\ f_0 = 3,\ f_1 = 7,\ f_2 = 6$

$h = 15$

सूत्र, बहुलक $= l + \left(\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \left(\dfrac{7-3}{2 \times 7 - 3 - 6}\right) \times 15$

$= 40 + \dfrac{4 \times 15}{14 - 9} = 40 + 12 = 52$

अतः माध्य $= 62$ तथा बहुलक $= 52$ होगा।

□□□□□□□

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।