

कार्यालय, मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी
समग्र शिक्षा, ब्लॉक-भीण्डर (उदयपुर)

संकल्प – 2021
(एक अभिनव पहल)

प्रश्न बैंक

गणित

कक्षा – 10

बोर्ड परीक्षा परिणाम में गुणात्मक एवं
संख्यात्मक उन्नयन हेतु अभिनव
कार्ययोजना के तहत निर्मित

संरक्षक

श्री शिवजी गौड़
संयुक्त निदेशक
स्कूल शिक्षा, उदयपुर

श्री मयंक मनीष, IAS
उपखण्ड अधिकारी
वल्लभनगर

मार्गदर्शन

श्रीमहेन्द्रकुमारजैन
मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी, ब्लॉक-भीण्डर, उदयपुर

श्री भेरुलाल सालवी
अति.मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी

श्रीरमेश खटीक
अति.मुख्य ब्लॉक शिक्षा अधिकारी

श्री गिरीश कुमार चौबीसा
संदर्भ व्यक्ति

श्रीमहेन्द्र कोठारी
संदर्भ व्यक्ति

संयोजक

धीसू लाल दक
प्रधानाचार्य रा. उ. मा. वि., दरोली

संकलनकर्ता

अश्विनी आमेटा, व. अ. रा. उ. मा. वि., दरोली मो. आरिफ अंसारी, व. अ. रा. उ. मा. वि., ढावा,
इप्तेखार अहमद, व. अ. रा. उ. मा. वि., मजावड़ा, ओम प्रकाश मेहता, व. अ. रा. उ. मा. वि.,
महाराज की खेडी, दिव्या परमार, व. अ. रा. उ. मा. वि., गुप्पड़ा, धनराज प्रजापत, व. अ. रा. उ.
मा. वि., बाठेड़ा खुर्द, लाजवन्ती आमेटा, व. अ. रा. उ. मा. वि. मोडी

INDEX



माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

परीक्षा 2021 के लिए संशोधित पाठ्यक्रम

विषय : गणित

विषय कोड : 09

कक्षा : 10

इस विषय की परीक्षा योजना निम्नानुसार है –

प्रश्नपत्र	समय (घंटे)	प्रश्नपत्र के लिए अंक	सत्रांक	पूर्णांक
एक पत्र	3.15	80	20	100
इकाई	इकाई का नाम			अंक
1	वैदिक गणित			05
3	बीजगणित			13
4	त्रिकोणमिति			12
5	निर्देशांक ज्यामिति			06
6	ज्यामिति			20
7	क्षेत्रमिति			10
8	सांख्यिकी तथा प्रायिकता			10
9	सड़क सुरक्षा शिक्षा			04
			कुल	80

CBSE

बोजगणित

प्रश्न 1. यदि बहुपद $f(x)=5x^2+13x+k$ का एक शून्यक दूसरे का व्युत्क्रम हो, तो k का मान होगा –

- (क) 0 (ख) $\frac{1}{5}$ (ग) 5 (घ) 6

हल - (ग)

प्रश्न 2. बहुपद x^2-x-6 के शून्यक हैं –

- (क) 1, 6 (ख) 2, -3 (ग) 3, -2 (घ) 1, -6

हल - (ग)

प्रश्न 3. यदि बहुपद $2x^2+x+K$ का एक शून्यक 3 हैं तो K का मान होगा –

- (क) 12 (ख) 21 (ग) 24 (घ) -21

हल - (घ)

प्रश्न 4. यदि α, β बहुपद $x^2-p(x+1)-c$ के शून्यक इस प्रकार हैं कि $(\alpha+1)(\beta+1)=0$ है तो c का मान होगा-

- (क) 0 (ख) -1 (ग) 1 (घ) 2

हल - (ग)

प्रश्न 5. यदि $x=1$ समीकरण $ax^2+ax+3=0$ तथा $x^2+x+b=0$ का एक उभयनिष्ठ मूल है तो ab का मान होगा –

- (क) 1 (ख) 3.5 (ग) 6 (घ) 3

हल - (घ)

प्रश्न 6. बहुपद x^2-5 के शून्यक हैं –

- (क) 5, -5 (ख) 0, 0 (ग) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ (घ) $-\sqrt{5}, -\sqrt{5}$

हल - (ग)

प्रश्न 7. यदि किसी बहुपद के मूल वास्तविक व समान हैं तो विविक्तर होगा –

- (क) $b^2-4ac < 0$

(ख) $b^2-4ac > 0$

(ग) $b^2-4ac = 0$

(घ) इनमे से कोई नहीं

हल - (ग)

प्रश्न 8. बहुपद $3x^2-2x+1/3=0$ के मूलों की प्रकृति होगी -

(क) मूल वास्तविक व भिन्न होंगे

(ख) मूल वास्तविक व समान होंगे

(ग) मूल काल्पनिक होंगे

(घ) उपरोक्त सभी

हल - (ख)

प्रश्न 9. निम्न मे से द्विघात समीकरण नहीं है -

(क) $(x+2)^3 = x^3-4$

(ख) $x^2+3x+1=(x-2)^2$

(ग) $2x^2+7x+5\sqrt{2}=0$

(घ) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$

हल - (ख)

प्रश्न 10. यदि द्विघात व्यंजक $kx^2+5x+3k$ के शून्यक का योग, उनके गुणनफल के बराबर हो, तो k का मान ज्ञात कीजिये

(क) $\frac{3}{5}$ (ख) $\frac{5}{3}$ (ग) $-\frac{3}{5}$ (घ) $-\frac{5}{3}$

हल - (घ)

प्रश्न 11. रेखिक समीकरण के हल अद्वितीय होगा यदि -

(क) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(ख) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

(ग) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(घ) इनमे से कोई नहीं

हल - (ख)

प्रश्न 12. यदि एक समांतर श्रेणी का 7 वां तथा 13 वां पद क्रमश 34 तथा 64 है तो इसका 18 वां पद है -

(क) 89 (ख) 88 (ग) 87 (घ) 90
हल - (क)

प्रश्न 13. यदि 18, a, b, -3 समांतर श्रेणी हैं तो a+b का मान होगा-

(क) 19 (ख) 7 (ग) 11 (घ) 15
हल - (घ)

प्रश्न 14. दो समांतर श्रेणियों का सारवन्तर समान है। उनमें से एक का पहला पद 8 है और दूसरे का 3 है। उनके 30 वे पदों के बीच का अंतर है-

(क) 11 (ख) 3 (ग) 8 (घ) 5
हल - (घ)

प्रश्न 15. यदि किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद a, सार्वान्तर d, पदों की संख्या n है तो श्रेणी का व्यापक पद का मान बताइये।

हल - $a_n = a + (n-1)d$

प्रश्न 16. लय बद्ध क्रम में 19,20,21 गिनने में कितना समय लगेगा ?

हल - 19, 20, 21 समय = 1 सेकंड

प्रश्न 17. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिये जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः $\frac{1}{4}$ और -1 हैं।

हल - बहुपद $\Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$
 $\Rightarrow x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x + (-1) = 0$
 $\Rightarrow \frac{4x^2 - x - 4}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - x - 4 = 0$

प्रश्न 18. तीन अंको वाली संख्याएँ 7 से विभाजित हैं।

हल - 7 से विभाज्य 3 अंको की संख्याएँ 105, 112, 119, ..., 994
यहाँ, a = 105
d = 112 - 105 = 7
a_n = 994

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$994 = 105 + (n - 1) \times 7$$

$$994 - 105 = 7 \times (n - 1)$$

$$889 = 7 \times (n - 1)$$

$$n - 1 = \frac{889}{7} = 127$$

$$n = 127 + 1 = 128$$

अतः 128, 3 अंको की संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं।

प्रश्न 19. दो ऐसे क्रमागत सम धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिये जिनके वर्गों का योग 340 हो।

हल - माना पहला धनात्मक पूर्णांक = x

दूसरा धनात्मक पूर्णांक = $x + 2$

दोनों क्रमागत संख्या के वर्गों का योग = 340

$$\Rightarrow (x)^2 + (x + 2)^2 = 340$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 340$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 340$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 2x + 2) = 340$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 2 = 170$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 2 - 170 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 168 = 0$$

यहाँ $a = 1$, $b = 2$, $c = -168$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-168)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 672}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{676}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 26}{2}$$

$$X = \frac{-2 - 26}{2} \quad X = \frac{-2 + 26}{2}$$

$$X = -\frac{28}{2} = -14 \text{ (नगण्य)} \quad X = \frac{24}{2} = 12$$

चूँकि

पहला सम धनात्मक पूर्णांक

दूसरा धनात्मक सम पूर्णांक

$$\Rightarrow x$$

$$\Rightarrow x + 2$$

$$\Rightarrow 12$$

$$\Rightarrow 12 + 2 = 14$$

प्रश्न 20. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिये, जिनके शून्यकों का योग -3 तथा गुणफल 2 हैं।

हल - बहुपद $\Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$X^2 - (-3)x + 2 = 0$$

$$X^2 + 3x + 2 = 0$$

प्रश्न 21 द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ को हल करने के लिए सूत्र लिखिए।

हल - $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

प्रश्न 22. $3x + 2y = 12$; $5x - 2y = 4$ रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिये तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिये जहाँ इनके द्वारा निरूपित रेखाएँ y अक्ष को काटती हैं।

हल - दिये गये रैखिक समीकरण युग्म हैं-

$$3x + 2y = 12 \dots\dots(i)$$

$$5x - 2y = 4 \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) से $3x + 2y = 12$

या $2y = 12 - 3x$

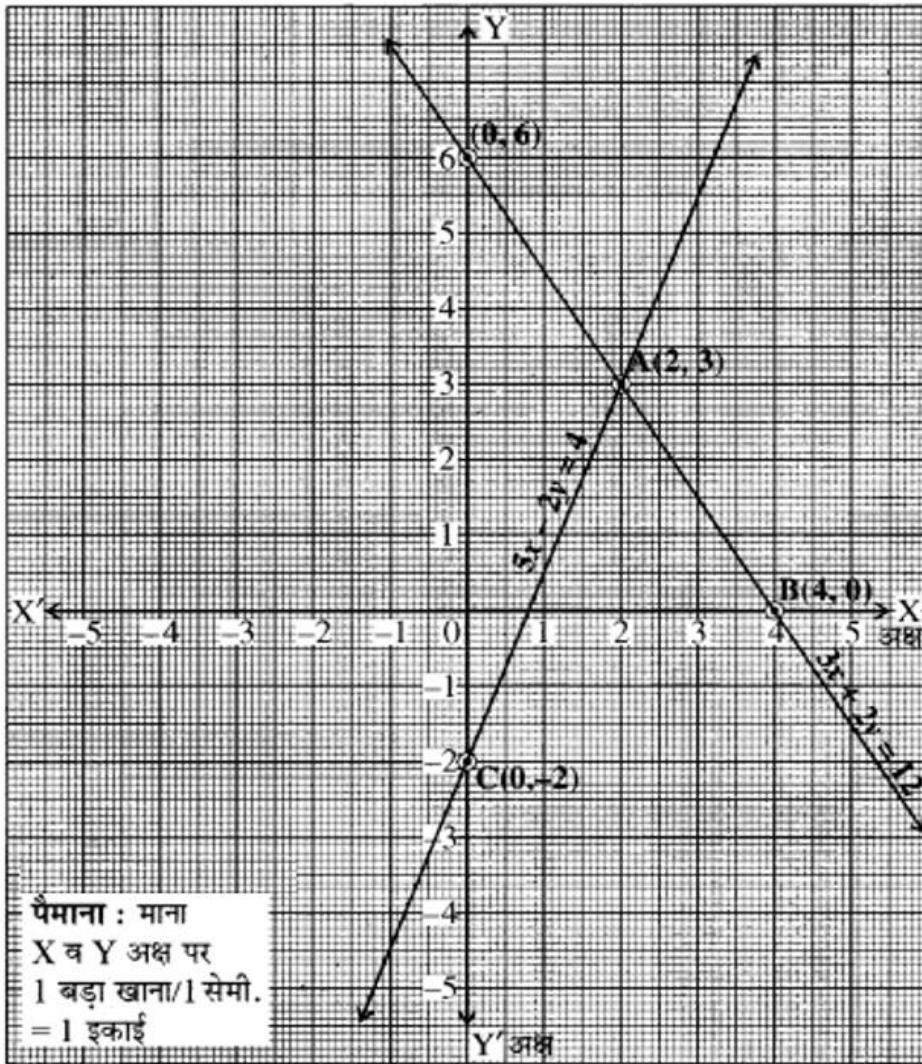
या $y = \frac{12 - 3x}{2}$

$x = 2$ रखने पर तब $y = \frac{12 - 3 \times 2}{2} = \frac{12 - 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$x = 4$ रखने पर तब $y = \frac{12 - 3 \times 4}{2} = \frac{12 - 12}{2} = \frac{0}{2} = 0$

अतः समीकरण $3x + 2y = 12$ की निम्न हल सारणी प्राप्त होती है-

X	2	4
Y	3	0



बिन्दुओं $A(2, 3)$ व $B(4, 0)$ को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AB खींचते हैं जो कि समीकरण $3x + 2y = 12$ का आलेख है।

समीकरण $4x - 2y = 4$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

$$5x - 2y = 4$$

या

$$2y = 5x - 4$$

या

$$y = \frac{5x - 4}{2}$$

$x = 0$ रखने पर, तब

$$y = \frac{5 \times 0 - 4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$x = 2$ रखने पर, तब

$$y = \frac{5 \times 2 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

अतः समीकरण $5x - 2y = 4$ की निम्न हल सारणी प्राप्त होती है-

x	0	2
y	-2	3

बिन्दुओं C(0, -2) व A(2, 3) को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AC खींचते हैं जो कि समीकरण $5x - 2y = 4$ का आलेख है।

ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों समीकरणों के संगत सरल रेखाएँ एक-दूसरे को बिन्दु A(2, 3) पर काटती हैं। अतः $x = 2$ तथा $y = 3$ दिये गये समीकरण युग्म का हल है।

ये दोनों सरल रेखाएँ -अक्ष को बिन्दु (0, 6) और (0, -2) पर काटती हैं।

प्रश्न 23. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिये।

$$x+3y=6 ; 2x-3y=12$$

इनकी सहायता से 'a' का मान ज्ञात कीजिये जबकि $4x+3y=a$ हैं।

हल 23. दिया गया समीकरण युग्म :

$$x+3y=6 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x-3y=12 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) से $x+3y=6$

$$x = 6 - 3y \text{ में}$$

$y = 0$ रखने पर

$$x = 6 - 3(0) = 6$$

$y = 2$ रखने पर

$$x = 6 - 3(2) = 6 - 6 = 0$$

$y = 3$ रखने पर

$$x = 6 - 3(3) = 6 - 9 = -3$$

समीकरण (1) से निम्न सारणी प्राप्त होती है -

X	6	0	-3
Y	0	2	3

समीकरण (2) से - $2x-3y=12$

$$2x = 12 + 3y$$

$$x = \frac{12+3y}{2} \text{ में}$$

$$y = 0 \text{ रखने पर}$$

$$x = \frac{12+3(0)}{2}$$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

$$y = -2 \text{ रखने पर}$$

$$x = \frac{12+3(-2)}{2}$$

$$x = \frac{12-6}{2} = x = \frac{6}{2} = 3$$

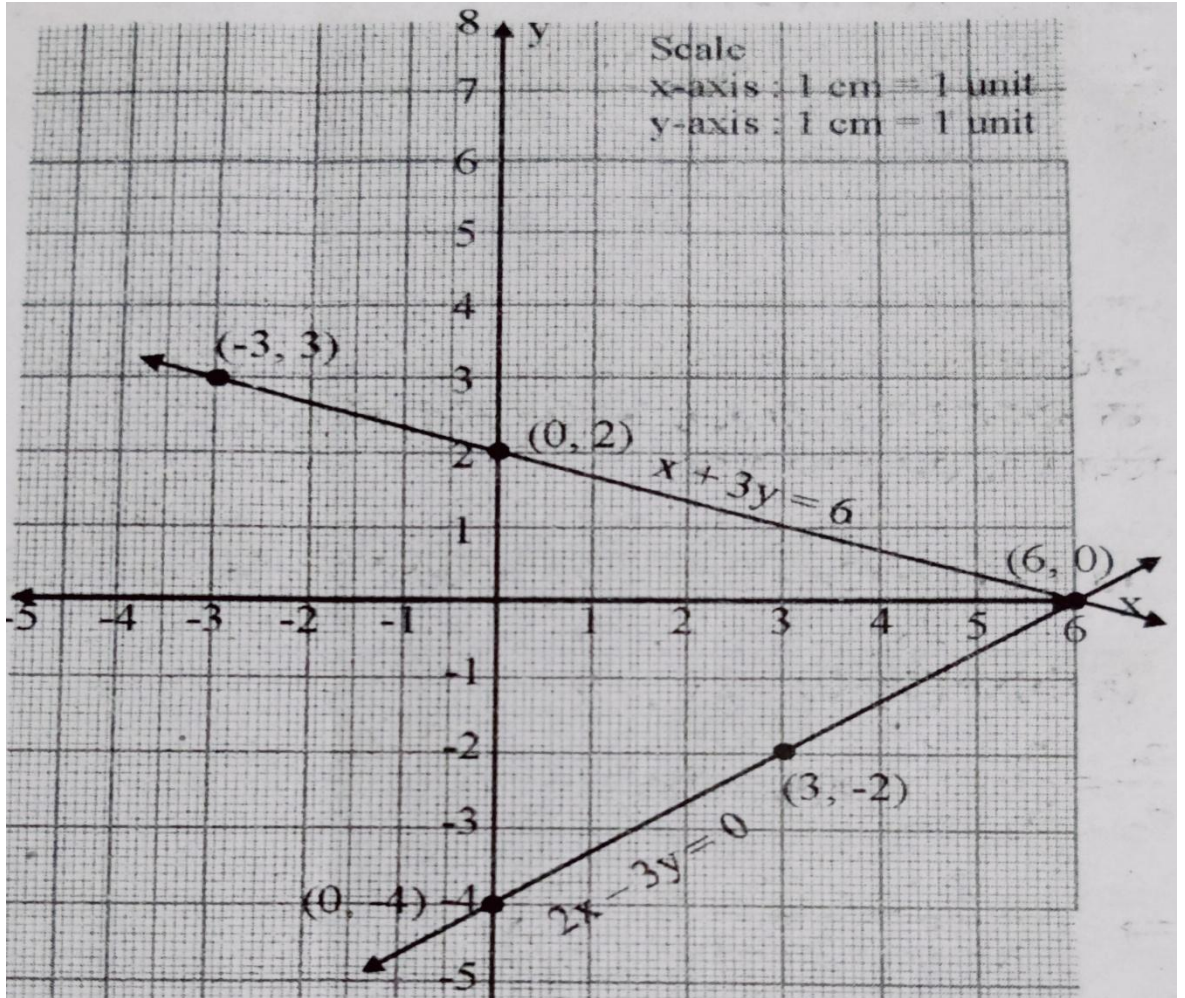
$$y = -4 \text{ रखने पर}$$

$$x = \frac{12+3(-4)}{2}$$

$$x = \frac{12-12}{2} = 0$$

रमीकरण (2) से निम्न सारणी प्राप्त होती है –

X	6	3	0
Y	0	-2	-4



दोनों रेखाएँ बिन्दु $(6, 0)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं अतः $x = 6, y = 0$ दिये गए रेखा युग्म समीकरणों का अभीष्ट हल है।

अब दिये गए अन्य समीकरण $4x + 3y = a$ में x और y का मान रखने पर -

$$4(6) + 3(0) = a$$

$$a = 24$$

प्रश्न 24. चार संख्याएँ समांतर श्रेणी में हैं। यदि संख्याओं का योग 50 तथा सबसे बड़ी संख्या, सबसे छोटी संख्या की चार गुनी है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिये।

हल - माना चार संख्याएँ समांतर श्रेणी \Rightarrow

$$a-3d, a-d, a+d, a+3d$$

प्रश्ननुसार

$$a-3d + a-d + a+d + a+3d = 50$$

$$4a - 3d + 3d = 50$$

$$4a = 50$$

$$a = \frac{504}{40} = \frac{252}{20} = 12.5$$

पुनः प्रश्ननुसार

$$a+3d = 4(a-3d)$$

$$a+3d = 4a - 12d$$

$$4a - 12d - a - 3d = 0$$

$$3a - 15d = 0$$

$$3(a - 5d) = 0$$

$$a - 5d = 0$$

$$\frac{252}{20} - 5d = 0$$

$$\frac{252}{20} = 5d \quad \Rightarrow d = \frac{252}{20 \times 5} = \frac{52}{5} = 2.5$$

अतः संख्याएँ $a-3d = 12.5 - 3(2.5)$

$$= 12.5 - 7.5 = 5$$

$$a-d = 12.5 - 2.5 = 10$$

$$a+d = 12.5 + 2.5 = 15$$

$$a+3d = 12.5 + 3(2.5) = 20$$

अतः संख्याएँ 5, 10, 15, 20

प्रश्न 25. किसी समांतर श्रेणी में तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं तो इसका कौनसा पद शून्य होगा ?

हल - $a_3 = 4$ $a_9 = -8$

$$a + 2d = 4$$

$$a + 8d = -8$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$-6d = 12$$

$$D = \frac{12}{-6} = -2$$

समीकरण 1 से

$$a + 2(-2) = 4$$

$$a - 4 = 4$$

$$a + 4 = 8$$

प्रश्नानुसार $a_n = 0$

$$a_n = a + (n-1) d$$

$$0 = 8 + (n-1) (-2)$$

$$-8 = (n-1) (-2)$$

$$n-1 = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$n = 4+1 = 5$$

प्रश्न 26. समांतर श्रेणी 2, 7, 12, _____ का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिये ।

हल - 2, 7, 12, _____ 10 वाँ पद

$$a = 2$$

$$d = 7-2 = 5$$

$$n = 10$$

$$a_n = ?$$

$$a_n = a + (n-1) d$$

$$= 2 + (10-1)5$$

$$= 2 + 9 (5) = 2+45 = 47$$

प्रश्न 27. A तथा B के मध्य की दूरी 150 KM है तथा इसके मध्य 10 यातायात सिग्नल मिलते हैं । यदि एक कार 60 KM प्रतिघण्टा की समान गति से सभी हरे सिग्नल को पार करते हुए वह बिन्दु B पर 2 घंटे 30 मिनट में पहुंच जाती है लेकिन अन्य दिन भरी यातायात के कारण निम्नानुसार रुकना पड़ता है ।

प्रथम यातायात सिग्नल 1 मिनट

द्वितीय यातायात सिग्नल 2 मिनट

- -

- -

दसवे यातायात सिग्नल 10 मिनट

कार द्वारा लिए गए कुल समय की गणना कीजिये ।

हल - 1, 2, _____ 10

$$a = 1$$

$$d = 2-1 = 1$$

$$n = 10$$

$$S_n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{10}{2} [2(1) + (10-1)1]$$

$$= 5 [2 + (9)1]$$

$$= 5[2+9] = 5[11] = 55 \text{ मिनट}$$

प्रश्न 28. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिये तथा y-अक्ष तथा समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाओं से

निर्मित त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिये।

$$4x-5y=20 ; 3x+5y=15$$

हल - दिया गया समीकरण युग्म :

$$4x-5y=20 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$3x+5y=15 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) से - $4x-5y=20$

$$x = \frac{20 + 5y}{4} \text{ में}$$

y = 0 रखने पर

$$x = \frac{20 + 5(0)}{4}$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

y = -4 रखने पर

$$x = \frac{20 + 5(-4)}{4}$$

$$x = \frac{20-20}{4} = 0$$

y = -8 रखने पर

$$x = \frac{20 + 5(-8)}{4}$$

$$x = \frac{20-40}{4} = -5$$

समीकरण (1) से निम्न सारणी प्राप्त होती है -

X	5	0	-5
Y	0	-4	-8

समीकरण (2) से - $3x+5y=15$

$$3x = 15 - 5y$$

$$x = \frac{15-5y}{3} \text{ में}$$

$y = 0$ रखने पर

$$x = \frac{15-5(0)}{3}$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

$y = 3$ रखने पर

$$x = \frac{15-5(3)}{3} = 0$$

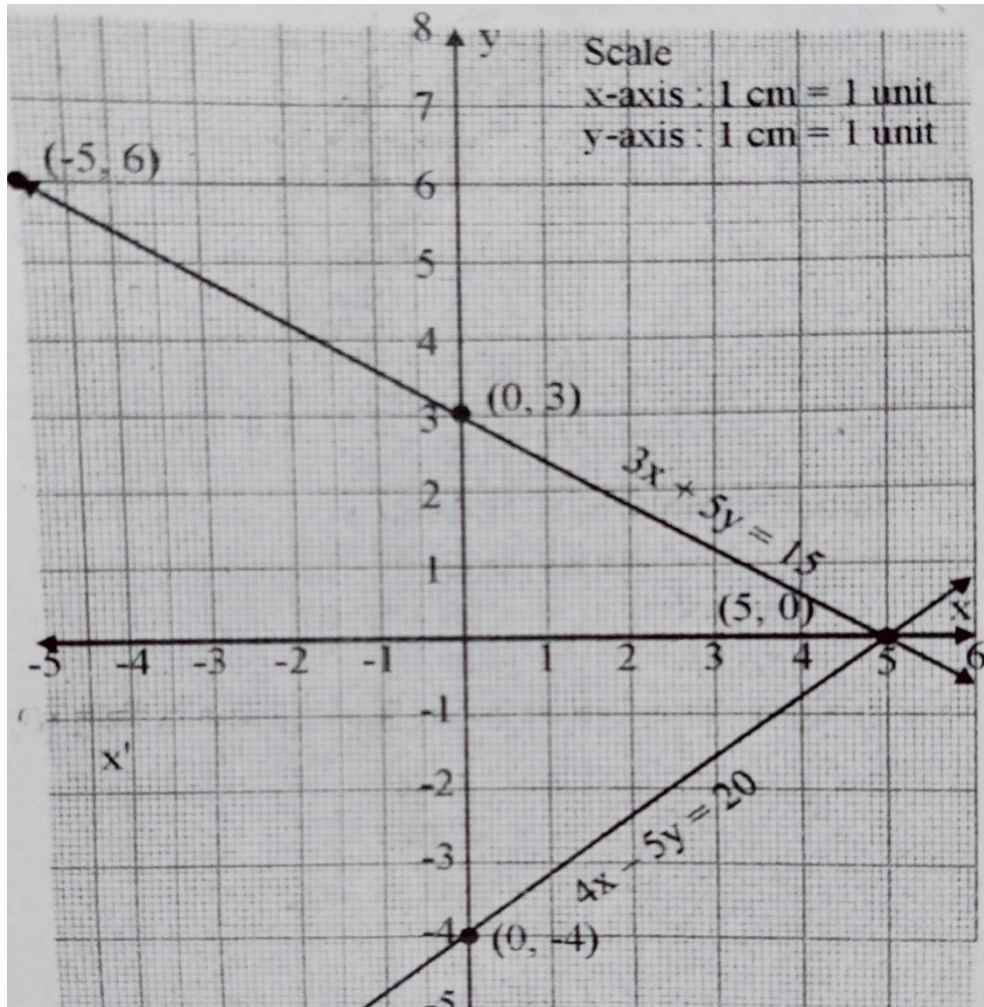
$y = 6$ रखने पर

$$x = \frac{15-5(6)}{3}$$

$$x = \frac{15-30}{3} = \frac{-15}{3} = -5$$

समीकरण (2) से निम्न सारणी प्राप्त होती है -

x	5	0	-5
y	0	3	6



प्रश्न 29. गुणनखंड विधि से समीकरण $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$; $x \neq 1, 2$ को हल कीजिये।

हल - $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$

$$\frac{x-1+2(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{x-1+2x-4}{(x-2)(x-1)} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{3x-5}{(x-2)(x-1)} = \frac{6}{x}$$

$$X(3x-5) = 6(x^2-x-2x-2)$$

$$3x^2-5x = 6(x^2-3x+2)$$

$$3x^2-5x = 6x^2-18x+12$$

$$6x^2-18x+12-3x^2-5x = 0$$

$$3x^2 - 13x + 12 = 0$$

$$3x^2 - (9+4)x + 12 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 4x + 12 = 0$$

$$3x(x-3) - 4(x-3) = 0$$

$$(x-3)(3x-4) = 0$$

$$x-3 = 0 \quad 3x-4 = 0$$

$$x = 3 \quad 3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

प्रश्न 30. 2 अंको वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं।

हल - 12, 15, 18, _ _ _ 99

$$a = 12$$

$$d = 15 - 12 = 3$$

$$n = 10$$

$$a_n = ?$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$99 = 12 + (n-1)3$$

$$99 - 12 = (n-1)3$$

$$87 = (n-1)3$$

$$n-1 = \frac{87}{3} = 29$$

$$n = 29 + 1 = 30$$

प्रश्न 31. P.U.C. का पूरा मान बताइये।

हल - Pollution Under Control

(प्रदूषण नियंत्रण प्रमाण पत्र)

वैदिक गणित

32. 842 x 858 में सरलता से गुणनफल के लिए श्रेष्ठ सूत्र हैं—

- अ. एकाधिकेन पूर्वेण ब. सूत्र निखिलम् आधार
स. एक न्यूनेन पूर्वेण द. एकाधिकेन पूर्वेण तथा उर्ध्वतिर्यक ()

हल — द

842 x 858 का गुणनफल ज्ञात करने के लिये प्रारम्भ में सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग तथा बाद में सूत्र उर्ध्वतिर्यक का प्रयोग श्रेष्ठ रहेगा।

$$\begin{aligned} 842 \times 858 \\ = 8 \times 9 / 42 \times 58 \\ = 72 / 2436 \\ = 722436 \end{aligned}$$

संकेत: सूत्र उर्ध्वतिर्यक से मौखिक

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 58 \\ \hline 2436 \end{array}$$

33. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा 35 का वर्ग हैं—

- अ. 3 x 4 x 5 x 6 ब. 3 x 4 / 5 x 6
स. 3 x 4 / 5 x 5 द. 3 x 3 / 5 x 5 ()

हल — (सं) 3x4/5x5

34. सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 17 का वर्ग है—

- अ. $17 + 7 / 2 \times 7$ ब. $17 + 7 / 7^2$
स. $17 + 2 \times 7 / 7^2$ द. $17 - 7 / 7^2$ ()

हल — ब $17 + 7 / 7^2$

35. 234 का द्वन्द्व योग है—

- अ. $2 + 3 + 4^2$ ब. $2 \times 2 \times 4 + 3^2$
स. $2 \times 3 + 4^2$ द. $2 \times 3 + 3^2 + 3 \times 4$ ()

हल — ब $2 \times 2 \times 4 + 3^2$

36. सूत्र निखिलम् आधार विधि द्वारा घनफल ज्ञात करने का सूत्र है—

- अ. संख्या + विचलन / (विचलन)² / (विचलन)³

$$\text{ब. संख्या} + 2x \text{ विचलन} / (\text{विचलन})^2 / \text{विचलन})^3$$

$$\text{स. संख्या} + 2x \text{ विचलन} / 3x (\text{विचलन})^2 / (\text{विचलन})^3$$

$$\text{द. संख्या} + 2x \text{ विचलन} / 3x (\text{विचलन})^2 / 4x (\text{विचलन})^3 \quad ()$$

$$\text{हल-स संख्या} + 2x \text{ विचलन} / 3x(\text{विचलन})^2 / (\text{विचलन})^3$$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

37. द्वन्द्व योग विधि द्वारा 38 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

द्वन्द्व योग विधि द्वारा 38 का वर्ग

$$\begin{aligned} (38)^2 &= 3 \text{ का द्वन्द्व} / 38 \text{ का द्वन्द्व} / 8 \text{ का द्वन्द्व} \\ &= 3^2/2 \times 3 \times 8/8^2 \\ &= 9/48/64 = 9/54/4 = 1444 \end{aligned}$$

38. सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 32 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 32 का वर्ग उपाधार अंक=3

संख्या =32, आधार=10, उपाधार= 10 x3, विचलन=+2

$$\begin{aligned} (32)^2 &= \text{उपाधार अंक} (\text{संख्या} + \text{विचलन}) / (\text{विचलन})^2 \\ &= 3(32+2)^2 / (+2)^2 \\ &= 3(34)/4 = 102/4 \end{aligned}$$

$$(32)^2 = 1024$$

39. सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 107 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 107 का वर्ग

संख्या = 107, आधार= 100, विचलन =+7

$$\begin{aligned} (107)^2 &= (\text{संख्या} + \text{विचलन}) / (\text{विचलन})^2 \\ &= 107+7 / (07)^2 \\ &= 114/49 \\ &= 11449 \end{aligned}$$

40. वैदिक विधि द्वारा 2116 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल - वैदिक विधि द्वारा 2116 का वर्गमूल

	46
4	2116
+4	-16
86	516
6	516
	0 0

संकेत :-

$$4^2 < 21 < 5^2$$

$$516/80=6$$

41. सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 13 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल - सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 13 का घनमूल :-

संख्या = 13, आधार= 10 ,विचलन=+3

$$\begin{aligned} (13)^2 &= (\text{संख्या} + 2x \text{ विचलन})/3x(\text{विचलन})^2/(\text{विचलन})^3 \\ &= 13+2x3/3x(3)^2/(3)^3 \\ &= 13+6/3x9/27 \\ &= 19/27/27 = 2197 \end{aligned}$$

लघुत्तरात्मक प्रश्न

42. सूत्र निखिलम् का प्रयोग करते हुए 111034÷889 का मान ज्ञात कीजिए।

सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 111034÷ 889 संकेत :-

889	111	0 34	संख्या :-889	आधार = 1000
111	11	1	विचलन = -111	
	2	22		
		444	अतः भागफल = 124	भोशफल = 798
	124	798		

43. सूत्र निखिलम् द्वारा 97 का घनफल ज्ञात कीजिए।

सूत्र निखिलम् विधि द्वारा 97 का घनमूल :-

संख्या =97, आधार= 100 ,विचलन= -03

$$\begin{aligned} \text{सूत्र } (97)^2 &= (\text{संख्या} + 2 x \text{ विचलन})/ 3 x (\text{विचलन})^2/(\text{विचलन})^3 \\ &= (97) + 2 x/(-03) 3x(-03)^2/(-03)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 97-6/3 \times 9/-27 \\
&= 91/27/-27 \quad = 91/26/100-27 \\
&= 91/26/73 = 912673
\end{aligned}$$

44. वैदिक विधि द्वारा 125316 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

+

	354
3	12 53 16
+3	9
65	353
5	325
704	2816
4	2816
	00

संकेत :-

$$3^2 < 12 < 4^2$$

$$353/60=5 \quad 60+5=65$$

$$2816/700=4 \quad 700+4=704$$

अतः 125316 का वर्गमूल = 354

45. सूत्र ध्वजांक विधि से $12345 \div 91$ को हल कीजिए।

| सूत्र ध्वजांक विधि द्वारा $12345 \div 91$ संकेत :- मुख्यांक-9 ध्वजांक-1

9^1	1 2 3 4	6 ⁵
	3 5	
	1 3 5	65-5=60

(1) $12 \div 9 =$ भागफल = 1 भोशफल = 3

संशोधित भाज्य = $33 - 1 \times 1 = 32$

(2) $32 \div 9 =$ भागफल = 3 भोशफल = 5

संशोधित भाज्य = $54 - 1 \times 3 = 51$

(3) $51 \div 9 =$ भागफल = 5 भोशफल = 6

संशोधित भाज्य = $65 - 1 \times 5 = 60$

अतः भागफल = 135

शेषफल = 60

46. सूत्र ध्वजांक विधि से $58764 \div 59$ को हल कीजिए।

सूत्र ध्वजांक विधि द्वारा $58764 \div 59$ संकेत :- मुख्यांक-5 ध्वजांक-9

5^9	5 8 7 6 13 11	5^4
	9 9 6	$54-54=0$

(1) 5 में 5 का भाग देने पर 1 बार जा सकता है किन्तु

अगले चरण सम्भव नहीं है अतः

(2) $58 \div 5 =$ भागफल = 9 शेषफल = 13

संशोधित भाज्य = $137 - 9 \times 9 = 56$

(3) $56 \div 5 =$ भागफल = 9 शेषफल = 11

संशोधित भाज्य = $116 - 9 \times 9 = 35$

(4) $35 \div 5 =$ भागफल = 6 शेषफल = 5

संशोधित भाज्य = $54 - 9 \times 6 = 0$

47. सूत्र परावर्त्य विधि से $1358 \div 113$ को हल कीजिए।

16 सूत्र परावर्त्य विधि द्वारा $1358 \div 113$ संकेत :- आधार-100

	<u>प्रथम खण्ड</u>	<u>मध्य खण्ड</u>	<u>तृतीय खण्ड</u>
<u>भाजक</u>	1 1 3	1 3	5 8
<u>विचलन</u>	1 3	-1	-3 -
<u>प. अंक</u>	-1 -3		-2 -6
		1 2	0 2

विचलन = +13 परिवर्तित अंक = -1, -3

$1 \times -1, -3 = -1, -3$

$2 \times -1, -3 = -2, -6$

अतः भागफल = 12

शेषफल = 02

॥

48. सूत्र परावर्त्य विधि से $1432 \div 88$ को हल कीजिए।

सूत्र परावर्त्य विधि द्वारा $1432 \div 88$ संकेत :- आधार-100

विचलन = -12 परिवर्तित अंक = +1,+2

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड	तृतीय खण्ड	
भाजक	8 8	1 4	3 2	
विचलन	-1 2	1	2 -	मध्य खण्डमें 1 के नीचे 1
प. अंक	+1,+2		5 0	$1 \times +1,+2 = +1,+2$
		1 5	11 2	$5 \times +1,+2 = +5,+1^0$
		+1	-8 8	
		1 6	2 4	

अतः भागफल = 16

शेषफल = 24

49. वैदिक विधि द्वारा 8489664 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

+

क्रियाविधि	204
-2^3	008 489 664
	04
$-3 \times 2^2 \times 0$	-00
	48
$-3 \times 2 \times 0^2$	-000
	489
-0^3	-000
	4896
$-3 \times 20^2 \times 4$	-4800
	966
$-3 \times 20 \times 4^2$	-960
	64
-4^3	-64
	00

अतः 8489664 का घनमूल = 204

50. वैदिक विधि द्वारा 660776311 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

वैदिक विधि द्वारा 660776311 का घनमूल

<u>क्रियाविधि</u>	871
-8^3	660776311 -512
$-3 \times 8^2 \times 7$	1487 -1344
$-3 \times 8 \times 7^2$	1487 -1176
-7^3	2616 -343
$-3 \times 87^2 \times 1$	22733 -22707
$-3 \times 87 \times 1^2$	261 -261
-1^3	01 -1
	00

अतः 660776311 का घनमूल = 871

51. सूत्र निखिलम् उपाधार विधि से 208 का घनफल ज्ञात कीजिए।

हल – सूत्र निखिलम् विधि से 208 का घनमूल :-

आधार= 100, उपाधार = 200, विचलन = +8, उपाधार अंक=2

$$(208)^2 = (\text{उपाधार अंक})^2 (\text{संख्या} + 2 \times \text{विचलन}) / \text{उपाधार अंक} \times 3 \times (\text{विचलन})^2 (\text{विचलन})^3$$

$$= (2)^2 [208 + 2 \times 8] / 2 \times 3 \times (08)^2 / (08)^3$$

$$= 4 \times 224 / 384 / 512 = 896 / 384 / 512$$

$$= (208)^2 = 89989$$

त्रिकोणमिती

Q.52 $2\sin^2 60^\circ \cos 60^\circ$ का मान होगा

- (a) $4/3$ (b) $5/2$ (c) $3/4$ (d) $1/3$ ()

हल 52. $2\sin^2 60^\circ \cos 60^\circ$ का मान होगा

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) \quad \because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ तथा } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$= 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ हल} \quad \text{सही उत्तर (c)}$$

Q.53 यदि $\operatorname{Cosec} \theta = 2/\sqrt{3}$ हो तो θ का मान होगा

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{6}$ ()

हल 53. $\operatorname{Cosec} \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\because \operatorname{Cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{अतः } \theta = \frac{\pi}{3} \text{ सही उत्तर (b)}$$

Q.54 यदि $\theta = 45^\circ$ हो तो $\frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ का मान होगा-

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) ∞ ()

हल 54. $\frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ $\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$= \frac{1 - \cos 2(45)}{\sin 2(45)}$$

$$= \frac{1 - \cos 90^\circ}{\sin 90^\circ}$$

$$= \frac{1-0}{1}$$

$$= \frac{1}{1}$$

$$= 1 \quad (\text{b})$$

Q.55 $\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$ का मान होगा—

(a) $\cos\theta$

(b) $\sin\theta$

(c) $\sec\theta$

(d) $\cot\theta$ ()

हल 55.
$$\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$$

$$= \frac{\tan\theta}{\sqrt{\sec^2\theta}}$$

$$= \frac{\tan\theta}{\sec\theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{1}$$

$$= \sin\theta \quad \text{सही उत्तर (b)}$$

Q.56 $\frac{\sqrt{\operatorname{cosec}^2\theta-1}}{\operatorname{cosec}\theta}$ का मान है—

(a) $\cos\theta$

(b) $\sec\theta$

(c) $\sin\theta$

(d) $\operatorname{cosec}\theta$ ()

हल 56.
$$\frac{\sqrt{\operatorname{cosec}^2\theta-1}}{\operatorname{cosec}\theta}$$

$$= \frac{\sqrt{\cot^2\theta}}{\operatorname{cosec}\theta}$$

$$\because 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$$\therefore \operatorname{Cosec}^2 \theta - 1 = \operatorname{Cot}^2 \theta$$

$$= \frac{\operatorname{Cot} \theta}{\operatorname{Cosec} \theta}$$

$$= \frac{\frac{\operatorname{Cos} \theta}{\operatorname{Sin} \theta}}{\frac{1}{\operatorname{Sin} \theta}}$$

$$= \frac{\operatorname{Cos} \theta}{\operatorname{Sin} \theta} \times \frac{\operatorname{Sin} \theta}{1}$$

$$= \operatorname{Cos} \theta$$

सही उत्तर (a)

Q.57 $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$ का मान ज्ञात करो—

हल 57. $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$

$$= \frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3}$$

Q.58 $4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ = -\frac{1}{4}$ सिद्ध करो।

हल 58. $4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ = -\frac{1}{4}$

LHS सारणी से मान रखने पर

$$= 4(1)^2 - (2)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 4(1) - 4 - \frac{1}{4}$$

$$= 4 - 4 - \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{1}{4} = RHS$$

Q.59 $\sqrt{3} \tan 2x = \sin 30^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ + 2 \sin 90^\circ$ हो तो x का मान ज्ञात करो।

हल 59. $\sqrt{3} \tan 2x = \sin 30^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ + 2 \sin 90^\circ$

$$\sqrt{3} \tan 2x = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 2 \times 1$$

$$\sqrt{3} \tan 2x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2$$

$$\sqrt{3} \tan 2x = 3$$

$$\tan 2x = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 2x = \sqrt{3}$$

$$\tan 2x = \tan 60^\circ$$

$$2x = 60^0$$

$$x = 30^0$$

Q.60 यदि $x=30^0$ हो तो सिद्ध कीजिए $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

हल 60. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

$$\text{LHS} = \sin 3x$$

$x = 30^0$ रखने पर

$$= \sin 3(30^0)$$

$$= \sin 90^0$$

$$= 1$$

$$\text{RHS} = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$x = 30^0$ रखने पर

$$= 3 \sin 30^0 - 4 \sin^3 30^0$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{4}{8}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3-1}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1 = LHS$$

Q.61 $4 \tan 30^\circ \sin 45^\circ \sin 60^\circ \sin 90^\circ$ का मान ज्ञात करो।

हल 61. $4 \tan 30^\circ \sin 45^\circ \sin 60^\circ \sin 90^\circ$

$$= 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{2 \times 2 \times \sqrt{3}}$$

$$= 4$$

Q.62 $\sin^2 60^\circ \cot^2 60^\circ$ का मान ज्ञात करो।

हल 62. $\sin^2 60^\circ \cot^2 60^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

Q. 63 यदि $\tan \theta = 1$ हो तो $\sec \theta$ का मान ज्ञात करो।

हल 63. दिया है $\tan \theta = 1$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\therefore \sec \theta = \sec 45^\circ$$

$$= \sqrt{2}$$

Q.64 सर्वसम्भिकाओं की सहायता से सिद्ध करो—

$$\cos^2\theta + \cos^2\theta \cot^2\theta = \cot^2\theta$$

हल 64. सिद्ध करो $\cos^2\theta + \cos^2\theta \cot^2\theta = \cot^2\theta$

$$\begin{aligned} LHS & \cos^2\theta + \cos^2\theta \cot^2\theta \\ & = \cos^2\theta(1 + \cot^2\theta) \\ & = \cos^2\theta \times \operatorname{Cosec}^2\theta \\ & = \cos^2\theta \times \frac{1}{\sin^2\theta} \\ & = \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \\ & = \cot^2\theta = RHS \end{aligned}$$

Q.65 सिद्ध कीजिये

$$\cos^4\theta + \sin^4\theta = 1 - 2\cos^2\theta \sin^2\theta$$

हल 65. $\cos^4\theta + \sin^4\theta = 1 - 2\cos^2\theta \sin^2\theta$

$$LHS \cos^4\theta + \sin^4\theta$$

$2\sin^2\theta\cos^2\theta$ जोड़ने और घटाने पर

$$\begin{aligned} & = \cos^4\theta + \sin^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta - 2\sin^2\theta\cos^2\theta \\ & = \{(\cos^2\theta)^2 + (\sin^2\theta)^2 + 2\sin^2\theta\cos^2\theta\} - 2\sin^2\theta\cos^2\theta \\ & = (\cos^2\theta + \sin^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta \end{aligned}$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = RHS$$

Q.66 सिद्ध कीजिए $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

हल 66. $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

RHS हर का परिमेयकरण करने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \\ &= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = RHS \end{aligned}$$

Q.67 सिद्ध कीजिए— $\sin^2 \theta \cos \theta + \tan \theta \sin \theta + \cos^3 \theta = \sec \theta$

LHS $\sin^2 \theta \cos \theta + \tan \theta \sin \theta + \cos^3 \theta$

$$\begin{aligned} &= \sin^2 \theta \cos \theta + \cos^3 \theta + \tan \theta \sin \theta \\ &= \cos \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \sin \theta \\ &= \cos \theta (1) + \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ &= \cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{1}{\cos \theta} \end{aligned}$$

$$= \text{Sec}\theta = \text{RHS}$$

Q. 68 सिद्ध कीजिए -

$$(\sin A + \text{Cosec } A)^2 + (\cos A + \text{Sec } A)^2 = 7 + \tan^2 A + \text{Cot}^2 A$$

$$\text{LHS} = (\sin A + \text{Cosec } A)^2 + (\cos A + \text{Sec } A)^2$$

$$= \sin^2 A + 2 \sin A \text{Cosec } A + \text{Cosec}^2 A + \cos^2 A + 2 \cos A \text{Sec } A + \text{Sec}^2 A$$

$$\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$= \sin^2 A + 2 \sin A \frac{1}{\sin A} + \text{Cosec}^2 A + \cos^2 A + 2 \cos A \frac{1}{\cos A} + \text{Sec}^2 A$$

$$= \sin^2 A + \cos^2 A + 2 + 2 + \text{Cosec}^2 A + \text{Sec}^2 A$$

$$= 1 + 2 + 2 + 1 + \text{Cot}^2 A + 1 + \tan^2 A \quad (\because 1 + \text{Cot}^2 A = \text{Cosec}^2 A)$$

$$(\because 1 + \tan^2 A = \text{Sec}^2 A)$$

$$= 7 + \text{Cot}^2 A + \tan^2 A = \text{RHS}$$

Q.69 $\sqrt{\frac{\text{Sec}\theta + 1}{\text{Sec}\theta - 1}} = \text{Cot}\theta + \text{Cosec}\theta$ सिद्ध कीजिए

हल 69.

$$\sqrt{\frac{\text{Sec}\theta + 1}{\text{Sec}\theta - 1}} = \text{Cot}\theta + \text{Cosec}\theta$$

$$\text{LHS} \sqrt{\frac{\text{Sec}\theta + 1}{\text{Sec}\theta - 1}}$$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$= \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1} \times \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta+1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\sec^2\theta-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\tan^2\theta}}$$

$$= \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$$

$$= \frac{\sec\theta}{\tan\theta} + \frac{1}{\tan\theta}$$

$$= \frac{1}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} + \cot\theta$$

$$= \frac{1}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \cot\theta$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} + \cot\theta$$

$$= \operatorname{Cosec}\theta + \cot\theta = \text{RHS.}$$

Q.70 $\frac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cot\theta} = \sin\theta + \cos\theta$

हल 70. $\frac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cot\theta} = \sin\theta + \cos\theta$

$$\text{LHS} = \frac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cot\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta}{1-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} + \frac{\sin\theta}{1-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\cos\theta}{\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}} + \frac{\sin\theta}{\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta}}$$

$$\begin{aligned}
&= \cos\theta \times \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \sin\theta} + \sin\theta \times \frac{\sin\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} + \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} - \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} \\
&= \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} \\
&= \frac{(\cos\theta - \sin\theta)(\cos\theta + \sin\theta)}{\cos\theta - \sin\theta} \\
&= \cos\theta + \sin\theta = \text{RHS}
\end{aligned}$$

Q.71 $\frac{\cos^2\theta}{1 - \tan\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 1 + \sin\theta\cos\theta$

हल 71. $\frac{\cos^2\theta}{1 - \tan\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 1 + \sin\theta\cos\theta$

$$\begin{aligned}
\text{LHS } &\frac{\cos^2\theta}{1 - \tan\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^2\theta}{1 - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^2\theta}{\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta}} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \cos\theta \times \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} \\
&= \frac{\cos^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta} - \frac{\sin^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta} \\
&= \frac{\cos^3\theta - \sin^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta} \\
&= \frac{(\cos\theta - \sin\theta)(\cos^2\theta + \cos\theta\sin\theta + \sin^2\theta)}{\cos\theta - \sin\theta}
\end{aligned}$$

$$\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= \cos^2\theta + \sin^2\theta + \cos\theta\sin\theta$$

$$= 1 + \cos\theta\sin\theta = RHS$$

Q.72 यदि $\frac{\cos A}{\cos B} = m$ तथा $\frac{\sin A}{\sin B} = n$ हो तो सिद्ध कीजिए—

$$(m^2+n^2) \cos^2 B = n^2$$

हल 72. दिया है— $\frac{\cos A}{\cos B} = m$ तथा $\frac{\sin A}{\sin B} = n$

सिद्ध करना है— $(m^2+n^2) \cos^2 B = n^2$

$$LHS \quad (m^2+n^2) \cos^2 B$$

m तथा n के मान रखने पर

$$= \left\{ \left(\frac{\cos A}{\cos B} \right)^2 + \left(\frac{\sin A}{\sin B} \right)^2 \right\} \cos^2 B$$

$$= \left(\frac{\cos^2 A}{\cos^2 B} + \frac{\sin^2 A}{\sin^2 B} \right) \cos^2 B$$

$$= \left(\frac{\cos^2 A \sin^2 B + \sin^2 A \cos^2 B}{\cos^2 B \sin^2 B} \right) \cos^2 B$$

$$= \frac{\cos^2 A (\sin^2 B + \cos^2 B) \cos^2 B}{\cos^2 B \sin^2 B}$$

$$= \frac{\cos^2 A \times 1 \times \cos^2 B}{\cos^2 B \sin^2 B}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin^2 B} = n^2 = RHS$$

Q.73 एक मीनार के आधार से 9 मीटर तथा 25 मीटर दूरी पर एक रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण परस्पर पूरक है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

माना कि मीनार की ऊँचाई $AB = h$ मीटर तथा C व D बिन्दु इस प्रकार हैं कि $BC = 9$ मीटर, $BD = 25$ मीटर

यदि $\angle ADB = \theta$

$$\text{तो } \angle ACB = 90^\circ - \theta$$

समकोण त्रिभुज ABD में

$$\tan \theta = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{25} \text{-----(1)}$$

पुनः समकोण ΔABC में

$$\tan(90 - \theta) = \frac{AB}{BC}$$

या

$$\text{Cot } \theta = \frac{h}{9} \text{-----(2)}$$

समीकरण (1) व (2) को गुणा करने पर

$$\tan \theta \times \text{Cot } \theta = \frac{h}{25} \times \frac{h}{9}$$

$$1 = \frac{h^2}{225}$$

$$h^2 = 225$$

$$h = \sqrt{225}$$

$$h = 15 \text{ मीटर}$$

\therefore मीनार की ऊँचाई = 15 मीटर

Q.74 10 मीटर ऊँचे भवन के शिखर से एक टावर के शिखर का उन्नयन कोण 60° हैं तथा पाद का अवनमन कोण 45° हैं। टावर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

$\triangle ABD$ में

$$\frac{BD}{AB} = \text{Cot } 45^\circ$$

$$\frac{BD}{AB} = 1$$

$$\frac{BD}{10} = 1$$

$$BD = 10 \text{ मी}$$

अब $\triangle AEC$ में

$$\text{Cot } 60^\circ = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AE}{h-10}$$

$$AE = \frac{h-10}{\sqrt{3}}$$

$$\because BD = AE$$

$$\therefore 10 = \frac{h-10}{\sqrt{3}} \text{ समीकरण 1 व 2 से}$$

$$h = 10\sqrt{3} + 10$$

$$h = 10(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{टावर की ऊंचाई} = 10(\sqrt{3} + 1)$$

$$= 10(1.732+1)$$

$$= 10(2.732)$$

$$= 27.32 \text{ मीटर}$$

Q.75 10 मीटर ऊँची मीनार के शिखर से पृथ्वी पर एक बिन्दु का अवनमन कोण 30° है। बिन्दु की मीनार के आधार से दूरी ज्ञात कीजिए।

AB एक 10 मीटर ऊँची मीनार है।

पृथ्वी पर स्थित बिन्दु 'C' है।

ΔABC में

$\tan\theta = \text{लम्ब} / \text{आधार}$

$$\tan 30^\circ = \frac{10}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x}$$

$$x = 10\sqrt{3} \text{ मी}$$

Q.76 एक नदी के ऊपर एक पुल नदी के तट के साथ 45° का कोण बनाता है। यदि नदी के ऊपर पुल की लम्बाई 150 मीटर हो तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

AC 150 मीटर लम्बा पुल

BC नदी की चौड़ाई

$\sin\theta = \text{लम्ब} / \text{कर्ण}$

$$\sin 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{X}{150}$$

$$\frac{150}{\sqrt{2}} = X$$

$$X = \frac{2 \times 75}{\sqrt{2}}$$

$$X = 75\sqrt{2} \text{ मीटर नदी की चौड़ाई}$$

Q.77 एक सीधे व 12 मीटर ऊंचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगाना है ताकि पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देखा जा सके। इस स्थिति में –

1- पोल के पाद से वह दूरी जिसके आगे से यातायात दिखाई देता है, क्या होगी?

2- पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?

पोल की ऊँचाई = 12 m

दूर दृष्टि रेखा की लम्बाई = 13 m

$$(BC)^2 = (AC)^2 - (AB)^2$$

$$= (13)^2 - (12)^2$$

$$= 169 - 144$$

$$= 25$$

$$BC = \sqrt{25}$$

$$BC = 5 \text{ मीटर}$$

अतः पोल के पाद से वह दूरी जिसके आगे से यातायात दिखेगा = 5 मीटर होगी।

अदर्शनीय क्षेत्र $A = \pi r^2$

$$\frac{22}{7} \times 5 \times 5$$

$$= \frac{550}{7} \text{ मी}^2$$

निर्देशांक ज्यामिती

78. मूल बिन्दु के निर्देशांक लिखिए।

मूल बिन्दु के निर्देशांक (0,0) है।

79. किसी समतल में स्थित दो बिन्दुओं के बीच की दूरी ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

किसी समतल में स्थित दो बिन्दु क्रमशः $P(x_1, y_1)$ व $Q(x_2, y_2)$ है।

$$\text{दूरी } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

80. बिन्दु (-2, 9) की x-अक्ष से दूरी लिखिए।

दिया है $(x, y) = (-2, 9)$

x- अक्ष से दूरी = y- अक्ष का निर्देशांक = 9

81. बिन्दु (7, -3) की y-अक्ष से दूरी लिखिए।

दिया है - $(x, y) = (7, -3)$

y- अक्ष से दूरी = x- अक्ष का निर्देशांक = 7

82. बिन्दु (3, 4) की मूल बिन्दु (0, 0) से दूरी लिखिए।

A

(3,4)

(x_1, y_1)

B

(0,0)

(x_2, y_2)

$$\text{दूरी } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(0 - 3)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 16}$$

$$AB = \sqrt{25} = 5 \text{ मात्रक}$$

83. x-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं A (6, 5) व B (-4, 5) से सम दूरस्थ है।

माना कि x- अक्ष पर बिन्दु के निर्देशांक P(x,0) है जो बिन्दु A (6,5) व B (-4,5) से समान दूरी पर स्थित है।

$$\text{चूँकि } PA = PB \dots\dots\dots 1$$

$$\text{दूरी का सूत्र} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} PA &= \sqrt{(x - 6)^2 + (0 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(x - 6)^2 + (5)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार } PB &= \sqrt{(x - (-4))^2 + (0 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(x + 4)^2 + (5)^2} \end{aligned}$$

समीकरण 1 में मान प्रतिस्थापित करने पर

$$\text{चूँकि } \sqrt{(x - 6)^2 + (5)^2} = \sqrt{(x + 4)^2 + (5)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-6)^2 + (5)^2 = (x+4)^2 + (5)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = x^2 + 8x + 16$$

$$[(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$-12x - 8x = +16 - 36$$

$$-20x = -20$$

$$x = \frac{-20}{-20} = 1$$

अतः बिन्दु P (1,0), बिन्दुओं A (6,5), व B (-4,5) से समदूरस्थ है।

84. y का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिन्दु P (2, -3) और बिन्दु Q (10,y) के बीच की दूरी 10 मात्रक है।

P **10 मात्रक** **Q**

$$(2,-3) \qquad (10,y)$$

$$(x_1,y_1) \qquad (x_2,y_2)$$

$$\text{दूरी } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$10 = \sqrt{(10 - 2)^2 + [y - (-3)]^2}$$

वर्ग करने पर

$$(10)^2 = [\sqrt{(8)^2 + [Y + 3]^2}]^2$$

$$= 100 = 64 + y^2 + 6y + 9$$

$$= y^2 + 6y + 73 = 100$$

$$= y^2 - 6y + 73 - 100 = 0$$

$$= y^2 - 6y - 27 = 0$$

$$= y^2 - 9y - 3y - 27 = 0$$

$$= y(y+9) - 3(y+9) = 0$$

$$= (y+9)(y-3) = 0$$

$$= y + 9 = 10, y - 3 = 0$$

$$= y = -9, 3 \text{ उत्तर}$$

85. यदि बिन्दु $(x, 3)$ और $(5, 7)$ के बीच की दूरी 5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

A

B

$$(x,-3)$$

$$(5,7)$$

$$(x_1,y_1)$$

$$(x_2,y_2)$$

$$\text{दूरी } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(5 - x)^2 + (7 - 3)^2}$$

$$5 = \sqrt{(5 - x)^2 + (4)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$25 = (5-x)^2 + (4)^2$$

$$25=25-10x+x^2+16$$

$$x^2-10x+16=0$$

$$=x^2-8x-2x+16=0$$

$$X(x-8)-2(x-8)=0$$

$$=(x-8)(x-2)=0$$

$$=x-8=0, x-2=0$$

$$=x=8, 2$$

86. x और y का वह सम्बन्ध ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (x, y) बिन्दुओं $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ होने से प्राप्त हो।

प्रश्नानुसार $AB=AC$

$$=\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}=\sqrt{(-3-x)^2+(4-y)^2}$$

वर्ग करने पर

$$=\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}=\sqrt{(-3-x)^2+(4-y)^2}$$

$$=x^2+9-6x+y^2-12y+36=9+6x+x^2+16-8y+y^2$$

$$=-6x-12y+36-6x-16+8y=0$$

$$=-12x-4y+20=0$$

$$=-4(3x+y-5)=0 \quad (-4 \neq 0)$$

$$=3x+y=5$$

87. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(1, -1)$, $(5, 2)$ और $(9, 5)$ संरेखी है।

माना $A(1, -1)$, $B(5, 2)$ तथा $C(9, 5)$ दिए बिन्दु है।

$$\text{चूँकि } =\sqrt{(5-1)^2+(2+1)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

$$BC=\sqrt{(9-5)^2+(5-2)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

तथा

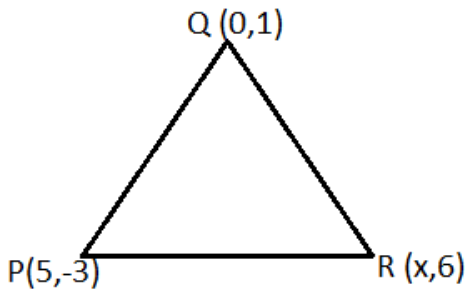
$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(1 - 9)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

स्पष्टतः $AC = AB + BC$

अतः बिन्दु A, B, व C संरेखो हैं।

88. यदि Q (0, 1), बिन्दुओं P (5, -3) और R (x, 6) से सम दूरस्थ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।
दूरियों QR और PR भी ज्ञात कीजिए।

• Q (0,1), P (5,-3) और R (x,6) से समदूरस्थ हैं।



$$= \sqrt{(5 - 0)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{(x - 0)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{x^2 + (5)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$= (5)^2 + (-4)^2 = x^2 + (5)^2$$

$$= 25 + 16 = x^2 + 25$$

$$= x^2 = 16$$

$$= x = \sqrt{16} = \underline{+4}$$

जब $x=4$ हो तो R(4, 6) होगा

$$\text{चूँकि } QR = \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$=\sqrt{4^2 + 5^2 + (6 - 1)^2}$$

$$=\sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(4 - 5)^2 + (6 + 3)^2}$$

$$=\sqrt{1 + 9^2} = \sqrt{1 + 81} = \sqrt{82}$$

जब $x=4$ हो तो $R(-4, 6)$ होगा

$$\text{चूँकि } QR = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$=\sqrt{(-4)^2+(5)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (6 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{(-9)^2+(9)^2}$$

$$\sqrt{81 + 81} = 9\sqrt{2}$$

89. यदि बिन्दु (x, y) , बिन्दुओं $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से बराबर दूरी पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए कि $3x + y - 5 = 0$

. दिया हुआ है बिन्दु $P(x, y)$ की बिन्दुओं $Q(3, 6)$ और $R(-3, 4)$ से दूरी समान है।

$$\text{अर्थात् } PQ = PR$$

$$=\sqrt{(3 - x)^2 + (6 + y)^2} = \sqrt{(-3 - x)^2 + (4 - y)^2}$$

वर्ग करने पर

$$(3-x)^2 + (6+y)^2 = (-3-x)^2 + (4-y)^2$$

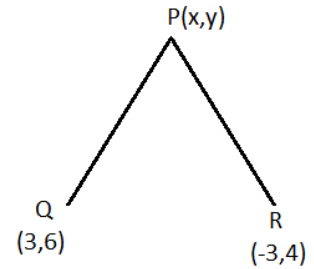
$$= 9+x^2-6x+36-12y+y^2=9+x^2+6x+16-8y+y^2$$

$$= -6x-6x-12y+8y+36-16= 0$$

$$= -12x-4y+20=0$$

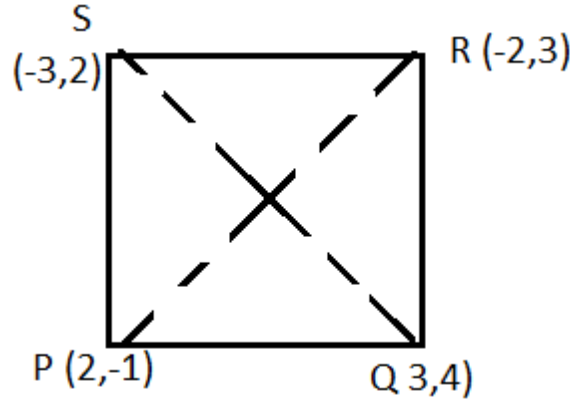
$$= 3x+y-5=0$$

H.P (इतिसिद्धम्)



90. किसी समतल में चार बिन्दु P (2, -1), Q (3, 4), R (-2, 3) और S (-3, -2) हैं तो सिद्ध कीजिए कि PQRS वर्ग नहीं एक समचतुर्भुज है।

दिये गए बिन्दु P (2,-1), Q (3,4), R (-2,3) S(-3,-2) हैं।



दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ से

$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{(3 - 2)^2 + [4 - (-1)]^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + 5^2} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - 4)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RS &= \sqrt{(-3 + 2)^2 + (-2 - 3)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SP &= \sqrt{(2 + 3)^2 + (-1 + 2)^2} \\ &= \sqrt{(5)^2 + (1)^2} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

अतः $PQ = QR = RS = SP$

पुनः विकर्णों की लम्बाई ज्ञात करने पर

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (3 + 1)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$RS = \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

यहां PR # QS

अतः PQRS एक समचतुर्भुज है।

91. यदि बिन्दु (x, y) , बिन्दुओं $(a+b, b-a)$ और $(a-b, a+b)$ से बराबर दूरी पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए कि $bx = ay$

माना दिए हुए बिन्दु P (x, y) Q $(a+b, b-a)$ और R $(a-b, a+b)$ है।

प्रश्नानुसार PQ = PR

$$= \sqrt{x - (a+b)}^2 + [y - (b-a)]^2 = \sqrt{x - (a-b)}^2 + [y - (a+b)]^2$$

वर्ग करने पर

$$= \sqrt{x - (a+b)}^2 + [y - (b-a)]^2 = \sqrt{x - (a-b)}^2 + [y - (a+b)]^2$$

$$x^2 - 2(a+b)x + (a+b)^2 + y^2 - 2(b-a)y + (b-a)^2$$

$$= x^2 - 2(a-b)x + (a-b)^2 + y^2 - 2(a+b)y + (a+b)^2$$

$$= -2(a+b)x - 2(b-a)y = -2(a-b)x - 2(a+b)y$$

$$= ax + bx = by - ay = ax - bx + ay + by$$

$$= bx + bx = ay + ay$$

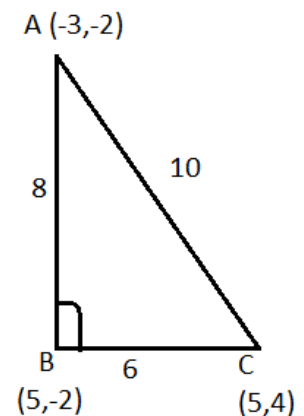
$$= 2bx = 2ay$$

$$= bx = ay \text{ H.P (इति सिद्धम्)}$$

92. एक त्रिभुज के शीर्ष $(-3, -2)$, $(5, -2)$ और $(5, 4)$ हैं तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समकोण त्रिभुज है। साथ ही इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

त्रिभुज ABC में A $(-3, -2)$, B $(5, -2)$ और C $(5, 4)$ दिए गए हैं।

$$\text{दूरी सूत्र} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



$$AB = \sqrt{(5+3)^2 + (-2+2)^2}$$

$$= \sqrt{8^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$BC = \sqrt{(5-5)^2 + (4+2)^2}$$

$$BC = \sqrt{6^2} = 6$$

$$AC = \sqrt{(5+3)^2 + (4+2)^2}$$

$$= \sqrt{(64+36)} = \sqrt{100} = 10$$

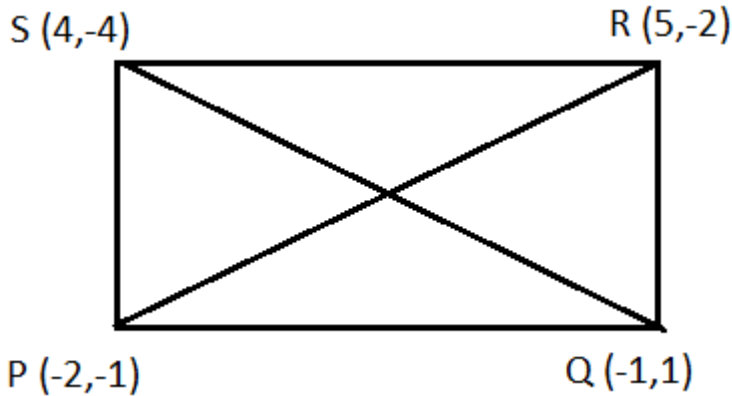
बौद्धायन सूत्र से $AC^2 = AB^2 + BC^2$ अतः ABC एक समकोण त्रिभुज है।

ABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ वर्ग इकाई}$$

93. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (-2,1), (-1,1), (5,-2) और (4,-4) एक आयत के शीर्ष हैं।

माना दिए बिन्दु P (-2,-1), Q (-1, 1) R (5,-2) और S (4,-4) हैं



दूरी सूत्र से $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ से

$$PQ = \sqrt{[-1 - (-2)]^2 + [1 - (-1)]^2}$$

$$= \sqrt{(1+2)^2} = \sqrt{5}$$

$$QR = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$\sqrt{(6)^2 + (3)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{26}$$

$$RS = \sqrt{(4-5)^2 + (-4 - (-2))^2}$$

$$\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$SP = \sqrt{(-2-4)^2 + [-4 - (-1)]^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

अतः $PQ = RS$ तथा $QR = SP$

अतः सम्मुख भुजाएं समान हैं।

$$\text{पुनः विकर्ण } PR = \sqrt{[5 - (-2)]^2 + [-2 - (-1)]^2}$$

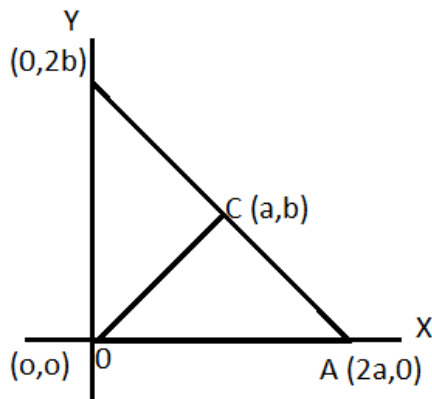
$$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

$$QS = \sqrt{[4 - (-1)]^2 + [-2 - 1]^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$$

अतः विकर्ण $PR = QS$ फलतः दिये गए बिन्दु P, Q, R, S , आयत के शीर्ष हैं।

94. सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज AOB में कर्ण का मध्य बिन्दु C त्रिभुज के शीर्षों O, A, B से बराबर दूरी पर स्थित है।

माना कि समकोण त्रिभुज AOB में $O(0,0)$, $A(a,0)$ तथा $B(0,b)$



कर्ण AB के मध्य बिन्दु C के निर्देशांक $= \left(\frac{0+2a}{2}, \frac{0+2b}{2}\right) = (a,b)$

$$OC = \sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$CB = \sqrt{(0-a)^2 + (2b-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$CA = \sqrt{(2a - a)^2 + (0-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{स्पष्टतः } OC = CA = CB$$

अतः समकोण $\triangle AOB$ में कर्ण का मध्य बिन्दु C त्रिभुज के शीर्षों O, A, B , से समान दूरी पर स्थित है।

95. यदि P और Q के निर्देशांक क्रमशः $(a \cos \theta, b \sin \theta)$ और $(-a \sin \theta, b \cos \theta)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $OP^2 + OQ^2 = a^2 + b^2$ जहाँ O मूल बिन्दु है।

मूल बिन्दु O के निर्देशांक $(0,0)$ होते हैं। $P (a \cos \theta, b \sin \theta)$ और $O (0,0)$ के बीच की दूरी

$$OP = \sqrt{(a \cos \theta - 0)^2 + (b \sin \theta - 0)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}$$

$$OP^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta \text{ -----(1)}$$

अब $Q(-a \sin \theta, b \cos \theta)$ और $O (0,0)$ के बीच दूरी

$$OQ = \sqrt{(a \sin \theta - 0)^2 + (b \cos \theta - 0)^2}$$

$$OQ = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}$$

$$OQ^2 = a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta \text{ -----(2)}$$

समीकरण 1 व समीकरण 2 को जोड़ने पर

$$OP^2 + OQ^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta$$

$$= a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

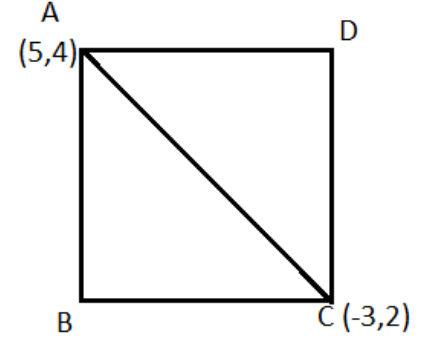
सर्व समिका $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ से

$$OP^2 + OQ^2 = a^2 + b^2$$

इति सिद्धम्

96. किसी वर्ग के सम्मुख शीर्ष $(5,-4)$ और $(-3,2)$ हैं इस के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

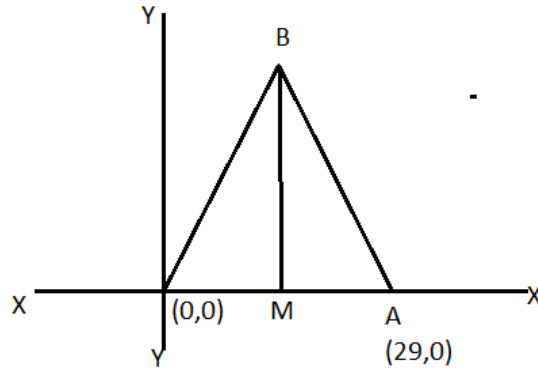
माना वर्ग ABCD में सम्मुख शीर्ष A(5,-4) और C(-3,2) हैं तब



$$\begin{aligned} \text{विकर्ण } AC &= \sqrt{(-3 - 5)^2 + (2 - (-4))^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

अतः विकर्ण की लम्बाई 10 इकाई है।

97. यदि एक समबाहु त्रिभुज की भुजा $2a$ हो, तो उसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



चित्रानुसार OAB एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी भुजा $2a$ है।

$$\text{चूँकि } OA = OB = AB = 2a$$

अब बिन्दु B से OA पर लम्ब BM डाला

$$\text{चूँकि } OM = MA = a$$

अतः समकोण त्रिभुज OMB में

$$OB^2 = OM^2 + MB^2$$

$$\text{या } (2a)^2 = a^2 + MB^2$$

$$MB^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$MB = \sqrt{3} \cdot a$$

अतः समबाहु त्रिभुज OAB के शीर्षों के निर्देशांक $O(0,0)$, $A(2a,0)$ और $B(a, \sqrt{3}a)$ क्योंकि $OM = a$, $MB = \sqrt{3} \cdot a$

ज्यामिती

98. पंखे के ब्लेडों के सिरे से घुमते समय आकृति बनती है—
(अ) वृत्ताकार (ब) वर्गाकार (स) त्रिभुजाकार (द) दीर्घवृत्ताकार ()

सही उत्तर (अ) वृत्ताकार

99. दो बिन्दुओं से होकर गुजरने वाले वृत्तों के केन्द्र का बिन्दुपथ है—
(अ) उन बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा के समान्तर सरल रेखा
(ब) उन बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा की लम्ब अर्द्धक रेखा
(स) वृत्त की परिधि
(द) वर्ग ()

सही उत्तर (ब) उन बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा की लम्ब अर्द्धक रेखा

100. दो सरल रेखाएँ जो एक ही रेखा के लम्बवत् हो, परस्पर कहलाती हैं —
(अ) लम्ब रेखाएँ (ब) समान्तर रेखाएँ (स) समद्विभाजक रेखाएँ (द) समान रेखाएँ ()

सही उत्तर (ब) समान्तर रेखा

101. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है यदि कोण $A = 40^\circ$ कोण $E = 80^\circ$ है तो कोण C का मान होगा —
(अ) 70° (ब) 60° (स) 50° (द) 40° ()

सही उत्तर (ब) 60°

102. एक वृत्त के केन्द्र से समान दूरी पर स्थित जीवाएँ एक दूसरे की होती हैं—
(अ) समान्तर (ब) लम्बवत् (स) प्रतिच्छेदी (द) उपरोक्त में से कोई नहीं ()

सही उत्तर (द) बराबर

103. एक वृत्त पर स्थित एक बिन्दु से कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं—
(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 0 ()

सही उत्तर (अ) एक

104. दी गई आकृति में AB तथा AC वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं यदि O वृत्त का केन्द्र हैं यदि $\angle CAB = 60^\circ$ तो $\angle BOC$ है—

(अ) 70° (ब) 60° (स) 50° (द) 40° ()

सही उत्तर (स) 120°

105. वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या हो सकती हैं—

(अ) 2 (ब) 3 (स) 0 (द) 4 ()

सही उत्तर (अ) दो

106. दो वृत्त बाह्य स्पर्श करते हैं यदि दोनों वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी तथा 3 सेमी हो तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी होगी—

(अ) 8 सेमी (ब) 2 सेमी (स) 5 सेमी (द) 3 सेमी ()

सही उत्तर (अ) 8 सेमी

107. एक घड़ी के सैकन्ड की सुई के सिरे का बिन्दुपथ लिखिए।
वृत्त

108. तीन संरेखीय बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्तों की संख्या कितनी होती है।

एक

109. दो दिये हुए बिन्दुओं से समदूरस्थ बिन्दुओं का बिन्दुपथ लिखिए।

दो दिये बिन्दुओं से समदूरस्थ किसी बिन्दु का बिन्दुपथ उन्हें मिलाने वाली रेखाखण्ड का लम्ब समद्विभाजक होता है।

110. समतल में लुढ़कने वाले वृत्त के केन्द्र का बिन्दुपथ लिखिए।
समतल के समान्तर रेखा

111. यदि $\triangle ABC$ तथा $\triangle DEF$ में यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ हो तो वे आपस में कैसे त्रिभुज होंगे?

समरूप त्रिभुज

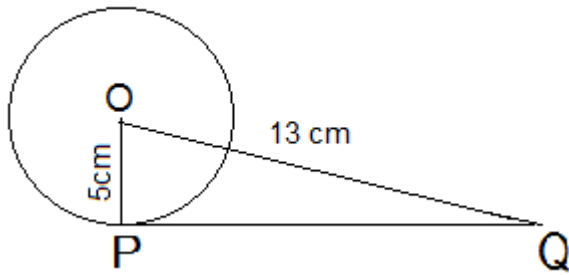
112. समरूप त्रिभुज किसे कहते हैं ?
दो त्रिभुज समरूप होते हैं यदि

(1) उनके संगत कोण समान हो तथा (2) उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हो।

113. एक वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी तथा जीवा सेमी है जो जीवा की केन्द्र से दूरी ज्ञात करो।
3 सेमी

114. वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को कौनसी रेखा कहते हैं?
छेदन रेखा कहते हैं।

115. 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र से 13 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करो।



$$PO^2 = OQ^2 - OP^2$$

$$= (13)^2 - (5)^2$$

$$= 169 - 25$$

$$= 144$$

$$PO = \sqrt{144}$$

$$= 12 \text{ सेमी}$$

116. वृत्त की स्पर्श रेखा व त्रिज्या में क्या सम्बन्ध होता है?
वृत्त के स्पर्श बिन्दु से खींची गई त्रिज्या एवं स्पर्श रेखा एक दूसरे पर लम्ब होती हैं।

निबन्धात्मक प्रश्न

117. किसी वृत्त के केन्द्र से 10 सेमी दूर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई यदि 4 सेमी हैं तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

एक वृत्त जिसका केन्द्र "O" है वृत्त के बाहर इसके केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर कोई बिन्दु A है।

स्पर्श रेखा की लम्बाई $PA = 4$ सेमी

क्यों कि OP त्रिज्या है और PA वृत्त को स्पर्श रेखा है।

$$\therefore \angle OPA = 90^\circ$$

अब समकोण त्रिभुज OPA में पाइथागोरस प्रमेय से

$$OA^2 = OP^2 + PA^2$$

$$10^2 = OP^2 + 4^2$$

$$100 = OP^2 + 16$$

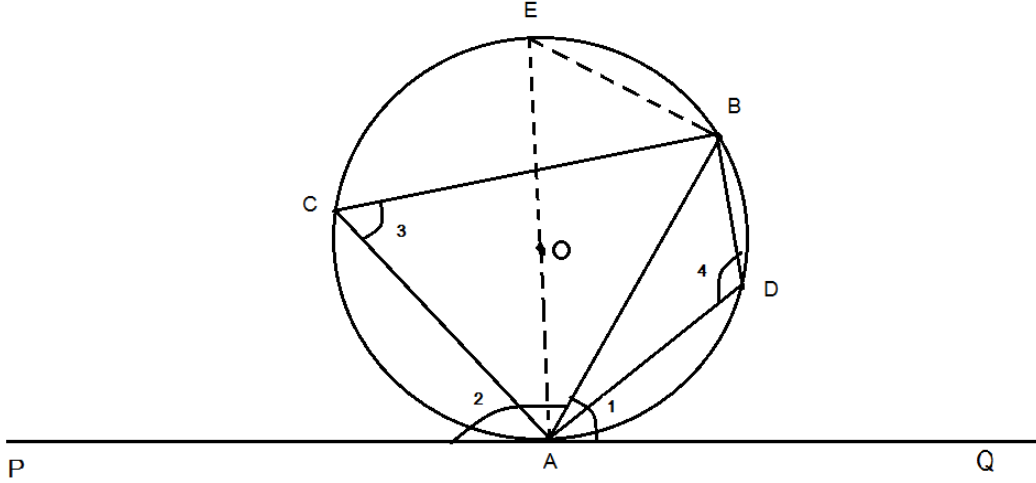
$$OP^2 = 100 - 16$$

$$OP = \sqrt{84}$$

$$OP = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 7}$$

$$OP = 2\sqrt{21} \text{ cm.} = \text{वृत्त की त्रिज्या}$$

118. सिद्ध कीजिए कि यदि एक वृत्त की स्पर्श रेखा से एक जीवा खींची जाए तो इस जीवा द्वारा दी गई स्पर्श रेखा से बनाये गये कोण क्रमशः उसी जीवा द्वारा एकान्तर वृत्त खण्डों में बने कोणों के बराबर होते हैं।
हल -



वृत्त के बिन्दु पर स्पर्श रेखा PQ हैं जीवा AB स्पर्श रेखा के साथ क्रमशः $\angle 1$ व $\angle 2$ की रचना करती हैं। $\angle 3$ व $\angle 4$ क्रमशः $\angle 1$ व $\angle 2$ के एकान्तर वृत्तखण्डों के C एवं D पर बने कोण हैं ।

सिद्ध करना है $\angle 1 = \angle 3$ एवं $\angle 2 = \angle 4$

रचना - व्यास AQE खींच कर EB को मिलाया।

उपपत्ति - $\triangle AEB$ में

$$\angle AEB = 90^\circ \because \text{अर्द्ध वृत्त में बना कोण}$$

$$\angle AEB + \angle EAB = 90^\circ \text{ ----- (1)}$$

$$\angle EAP = 90^\circ \text{ व्यास स्पर्श रेखा पर लम्ब होती हैं।}$$

$$\angle EAB + \angle 1 = 90^0 \text{ --- (2)}$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\angle EAB + \angle 1 = \angle AEB + \angle EAB$$

$$\angle 1 = \angle AEB \text{ --- (3)}$$

$$\angle AEB = \angle 3 \text{ --- (4)}$$

एक ही वृत्तखण्ड पर बने कोण बराबर होते हैं।

समीकरण (3) व (4) से

$$\angle 1 = \angle 3$$

$$\text{पुनः } \angle 1 + \angle 2 = 180^0 (\because \text{रेखिक कोण युग्म})$$

तथा $\angle 3 + \angle 4 = 180^0 (\because \text{चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।})$

$$\text{अतः } \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\text{परन्तु } \angle 1 = \angle 3 (\text{समीकरण 5 से})$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4$$

119. ΔABC की भुजा BC को एक वृत्त बिन्दु P पर बाह्य स्पर्श करता है तथा अन्य दो भुजाओं AB तथा AC को बढ़ाने पर क्रमशः बिन्दु Q तथा R पर स्पर्श करता है तो सिद्ध कीजिए कि

$$AQ = \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$$

दिया है – ΔABC की भुजा BC वृत्त को P पर एवं AB व AC बढ़ाने पर क्रमशः Q व R स्पर्श करती हैं।

सिद्ध करना है – $AQ = \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$

उपपत्ति- $AQ = AR$

∴ वृत्त के बाहर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ परस्पर समान होती हैं।

इसी प्रकार $BQ = BP$ और $CP = CR$

$$\begin{aligned}AQ + AR &= (AB + BQ) + (AC + CR) \\ &= (AB + BP) + (AC + CP) \quad (\because BQ = BP) \\ &= AB + (BP + CP) + AC\end{aligned}$$

$$2AQ = AB + BC + AC$$

$$AQ = \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$$

120. एक रेखाखण्ड $ML = 9.7 \text{ cm}$ खींचिए तथा इस पर एक ऐसा बिन्दु N ज्ञात कीजिए कि

$$MN = \frac{4}{5}ML$$

रचना -

1. रेखाखण्ड $ML = 9.7 \text{ cm}$ खींची।
2. एक न्यून कोण LMX की रचना की।
3. MX पर 5 बराबर चाप A_1, A_2, A_3, A_4 तथा A_5 कांटे।
4. L व A_5 को मिलाया।
5. A_4 बिन्दु पर $A_4N \parallel A_5L$ बनाया अर्थात् $\angle LA_5M = \angle LA_4M$ बनाया।
6. बिन्दु N रेखाखण्ड ML पर इस प्रकार प्राप्त होता है कि $MN = \frac{4}{5}ML$

(अ) 21 सेमी. (ब) 14 सेमी. (स) 28 सेमी (द) 7 सेमी.

उत्तर (स) 28 सेमी.

प्रश्न 123. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 4 सेमी. व 3 सेमी. हैं। इन वृत्तों से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल निम्न में से होगा

(अ) 22 सेमी. (ब) 12 सेमी. (स) 32 सेमी. (द) 18 सेमी.

उत्तर – (अ) 22 वर्ग सेमी.

प्रश्न 124.. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी. है, तो उसका क्षेत्रफल है

(अ) 154 वर्ग सेमी. (ब) 308 वर्ग सेमी.

(स) 44 वर्ग सेमी. (द) 606 वर्ग सेमी

(अ) 154 वर्ग सेमी

प्रश्न 125. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 486 वर्ग सेमी. है। घन की भुजा, होगी

(अ) 6 सेमी. (ब) 8 सेमी. (स) 9 सेमी. (द) 7 सेमी.

उत्तर –(स) 9 सेमी.

प्रश्न 126. एक गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले का आयतन होगा

(अ) 16π घन सेमी. (ब) 20π घन सेमी.

(स) 36π घन सेमी. (द) 30π घन सेमी.

उत्तर – (स) 36π घन सेमी.

प्रश्न 127. समान त्रिज्या वाले एक गोले तथा एक अर्द्ध गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अनुपात होगा

(अ) 1 : 2 (ब) 2 : 1 (स) 3 : 4 (द) 4 : 3

उत्तर –(द) 4 : 3

प्रश्न 128. लकड़ी के एक बन्द संदूक की बाह्य लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई क्रमशः 20 सेमी., 16 सेमी. व 12 सेमी. है। यदि लकड़ी की मोटाई 1 सेमी. हो, तो लकड़ी का आयतन होगा

(अ) $(20 \times 16 \times 12 - 18 \times 14 \times 10)$ सेमी³ (ब) $(20 \times 16 \times 12 - 19 \times 15 \times 11)$ सेमी³

(स) $(22 \times 18 \times 14 - 20 \times 16 \times 12)$ सेमी³ (द) $(21 \times 17 \times 13 - 20 \times 16 \times 12)$ सेमी³

उत्तर –(अ) $(20 \times 16 \times 12 - 18 \times 14 \times 10)$ सेमी³

प्रश्न 129. दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

उत्तर – $\pi(r_1^2 - r_2^2)$

प्रश्न 130. दो वृत्तों की परिधियों का अनुपात 2 : 3 है। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिये।

उत्तर – माना दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 व r_2 हैं।

∴ परिधियों का अनुपात

$$= \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

$r_1 : r_2 = 2 : 3$ उत्तर

प्रश्न 131. एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 7 समी. है, इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है –

$r = 7$ समी.

अर्द्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

मान रखने पर

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 462 \text{ वर्ग समी. उत्तर}$$

प्रश्न 132. एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाण के बराबर है, यदि वर्ग का क्षेत्रफल 484 वर्ग मीटर हो तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है –

वृत्त की परिधि = वर्ग का परिमाण

वर्ग का क्षेत्रफल = 484 वर्गमीटर

वृत्त का क्षेत्रफल = ?

हम जानते हैं, वर्ग की भुजा = $\sqrt{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}} = \sqrt{484} = 22$ मीटर

इसलिए वर्ग का परिमाण = $4 \times$ भुजा

$$= 4 \times 22$$

$$= 88 \text{ मीटर}$$

प्रश्नानुसार, वृत्त की परिधि = वर्ग को परिमाप

इसलिए वृत्त की परिधि = 88 मीटर

$$\text{वृत्त की परिधि} = 2\pi r$$

इसलिए

$$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\therefore r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22} = 2 \times 7$$

$$\Rightarrow r = 14 \text{ मीटर}$$

इसलिए वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 22 \times 28$$

$$= 616 \text{ वर्गमीटर उत्तर}$$

प्रश्न 133. दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 9 : 16 है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल – पहले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$S_1 = 4\pi r_1^2$$

यहाँ पर r_1 पहले गोले की त्रिज्या है।

इसी तरह से दूसरे गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$S_2 = 4\pi r_2^2$$

यहाँ पर r_2 दूसरे गोले की त्रिज्या है

इसलिए

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16} \text{ (दिया है)}$$

$$\text{इसलिए } \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4}$$

पहले गोले का आयतन $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$

इसी तरह से दूसरे गोले का आयतन $V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$

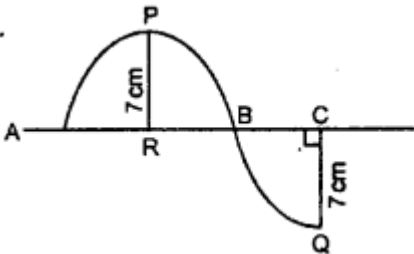
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$\frac{r_1}{r_2}$ का मान रखने पर

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$V_1:V_2 = 27:64$$

प्रश्न 134. दी गई आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल -

$$2r = 14\text{cm}$$

$$r = \frac{14}{2} = 7\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{4} \\ &= \frac{3}{4}\pi r^2 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= \frac{3}{4} \times 154 \\ &= \frac{3}{2} \times 77 = \frac{231}{2} \\ &= 115.5 \text{ वर्ग सेमी उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 135. एक रोलर की लम्बाई 2.5 मीटर और व्यास 1.4 मीटर है। 10 चक्कर लगाने में रोलर कितना क्षेत्र समतल करेगा ?

हल – दिया गया है:

रोलर की लम्बाई = 2.5 मीटर, अर्थात् रोलर की ऊँचाई = 2.5 मीटर

रोलर का व्यास = 1.4 मीटर

∴ $h = 2.5$ मीटर

रोलर का एक चक्कर में क्षेत्रफल = रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2\pi rh \\ &= \pi \times (2r) \times h \\ &= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 2.5 \\ &= 22 \times 0.2 \times 2.5 \\ &= 11 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

अतः 10 चक्कर लगाने में क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 10 \times 11 \\ &= 110 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

प्रश्न 136. एक अर्द्ध वृत्ताकार प्लाट की त्रिज्या 21 मीटर है तब इसकी परिधि तथा क्षेत्रफल ज्ञात करो।

हल – अर्धवृत्ताकार प्लाट की त्रिज्या (r) = 21 मीटर

अर्धवृत्ताकार प्लाट का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (21)^2 \\ &= \frac{22 \times 21 \times 21}{2 \times 7} \\ &= 693 \text{ वर्गमीटर उत्तर} \end{aligned}$$

तथा अर्धवृत्ताकार प्लाट का परिमाण

$$\begin{aligned} &= \frac{2\pi r}{2} + 2r \\ &= \pi r + 2r \\ &= \frac{22}{7} \times 21 + 2 \times 21 \\ &= 66 + 42 \\ &= 108 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

प्रश्न 137. एक वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या 35 मी. है। इसके चारों ओर 7 मी. चौड़ा फुटपाथ (पगडंडी) है। फुटपाथ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

हल – वृत्ताकार घास के मैदान की त्रिज्या $r_1 = 35$ मीटर

इसके चारों ओर मार्ग की चौड़ाई = 7 मीटर

$$\begin{aligned}
& \text{मार्ग सहित मैदान की त्रिज्या } r_2 \\
& = 35 + 7 = 42 \text{ मीटर} \\
\text{अतः मार्ग का क्षेत्रफल} & = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \\
& = \pi(r_2^2 - r_1^2) \\
& = \pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \\
& = \frac{22}{7} (42 + 35)(42 - 35) \\
& = \frac{22}{7} \times 77 \times 7 \\
& = 22 \times 77 = 1694 \text{ वर्ग मीटर}
\end{aligned}$$

प्रश्न 138. 6 सेमी. व्यास वाले गोले को बेलनाकार पात्र में डुबोया जाता है। यदि आधार की त्रिज्या 6 सेमी. हो तो पात्र में पानी का स्तर कितना ऊपर उठ जायेगा?

हल - गोले का व्यास = 6 सेमी.

गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

गोले का आयतन

$$\begin{aligned}
& = \frac{4}{3} \pi r^3 \\
& = \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3
\end{aligned}$$

$$= 36\pi \text{ घन सेमी.1}$$

बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या = 6 सेमी.

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \pi \times 6 \times 6 \times h$$

$$= 36\pi h \quad \text{.....2}$$

समीकरण (1) व (2) से

गोले का आयतन = पानी का आयतन

$$\Rightarrow 36\pi = 36\pi h$$

$$\Rightarrow h = 1 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 139. एक खोखला गोलीय कोश 1 सेमी. मोटा है। यदि इसकी बाहरी त्रिज्या 8 सेमी. है तब इसमें प्रयुक्त धातु का आयतन ज्ञात करो।

हल – खोखले गोलीय कोश की बाह्य त्रिज्या = 8 सेमी.

खोखले गोल शेल की आंतरिक त्रिज्या होगी = 8 – 1 = 7 सेमी.

बाह्य त्रिज्या को r_1 तथा आंतरिक त्रिज्या को r_2 माना गया है।

$$\begin{aligned} &= \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (8 \times 8 \times 8 - 7 \times 7 \times 7) \text{ घन सेमी.} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (512 - 343) \text{ सेमी.}^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 169 \text{ सेमी.}^3 \\ &= \frac{4 \times 22 \times 169}{21} \\ &= 708.19 \text{ घन सेमी.} \end{aligned}$$

प्रश्न 140. एक बेलन की त्रिज्या तथा ऊँचाई का अनुपात 1:3 है। यदि बेलन का आयतन 3234 सेमी. है तब बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

हल – माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊँचाई $3r$ है।

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times r^2 \times 3r = 3234 \\ r^3 &= 343 \\ r &= 7 \end{aligned}$$

अतः बेलन की ऊँचाई = $3 \times 7 = 21$ सेमी.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= 2\pi r(h + r) \\
&= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(21 + 7) \\
&= 2 \times 22 \times 28 \\
&= 1232 \text{ वर्ग सेमी.}
\end{aligned}$$

प्रश्न 141 एक वृत्त की परिधि 44 मीटर है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल – प्रश्नानुसार परिधि = 44 मी.

$$\text{या } 2\pi r = 44$$

$$r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 7 \text{ मी.}$$

∴ वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ वर्ग मी.}$$

प्रश्न 142. यदि एक वृत्त का परिमाण और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

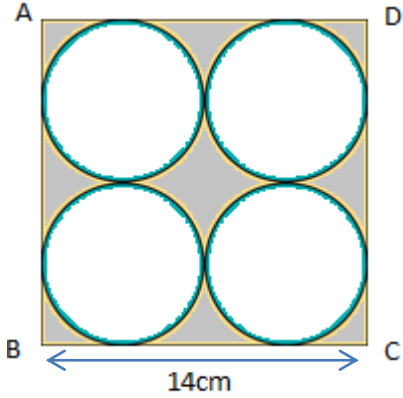
हल –माना वृत्त की त्रिज्या = r है।

∴ प्रश्नानुसार वृत्त का परिमाण = वृत्त का क्षेत्रफल

$$2\pi r = \pi r^2$$

$$r = 2 \text{ मात्रक उत्तर}$$

प्रश्न 143. दी गयी आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ अबसद भुजा 14 सेमी का एक वर्ग है।



हल – वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = 14×14
 = 196 वर्ग सेमी

प्रत्येक वृत्त का व्यास = $\frac{14}{2} = 7$ सेमी

प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या = $\frac{7}{2} = 3.5$ सेमी

अतः वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$$

$$= \frac{77}{2} \text{ वर्ग सेमी}$$

चारों वृत्तों का क्षेत्रफल = $4 \times \frac{77}{2}$

$$= 154 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः छायांकित भाग का क्षेत्रफल = $(196 - 154) = 42$ वर्ग सेमी उत्तर

प्रश्न 144. एक सन्दूक की माप 50 सेमी. \times 36 सेमी. \times 25 सेमी. है। इस सन्दूक का कवर बनाने के लिए कितने वर्ग सेमी. कपड़े की आवश्यकता होगी।

हल – सन्दूक की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई की माप ।

$$= 50 \text{ सेमी.} \times 36 \text{ सेमी.} \times 25 \text{ सेमी.}$$

सन्दूक को सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2 (\text{लं.} \times \text{चौ.} + \text{चौ.} \times \text{ऊँ.} + \text{ऊँ.} \times \text{लं.})$$

$$= 2 (50 \times 36 + 36 \times 25 + 25 \times 50)$$

$$= 2 (1800 + 900 + 1250)$$

$$= 2 \times 3950$$

$$= 7900 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अतः संदूक का कवर बनाने के लिए 7900 वर्ग सेमी. कपड़े की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 145. 6 मीटर भुजा के वर्गाकार फर्श के कमरे में 180 घन मीटर हवा है। कमरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल – घनाभ (कमरे) को आयतन = 180 घन मीटर

वर्गाकार कमरे की लम्बाई और चौड़ाई = 6 मीटर

कमरे का क्षेत्रफल = 6×6 वर्ग मीटर = 36 वर्ग मीटर

कमरे की ऊँचाई = $\frac{180}{36} = 5$ मीटर उत्तर

वर्गाकार कमरे की ऊँचाई = 5 मीटर उत्तर

प्रश्न 146 . 10 मीटर लम्बे, 8 मीटर चौड़े और 6 मीटर ऊँचे कमरे में अधिक से अधिक कितनी लम्बी छड़ रखी जा सकती है?

हल – कमरे की लम्बाई = 10 मीटर

चौड़ाई = 8 मीटर

ऊँचाई = 6 मीटर कमरे में अधिक से अधिक लम्बी रखी जाने वाली छड़ कमरे के विकर्ण के बराबर होगी।

$$\begin{aligned} \text{विकर्ण} &= \sqrt{(\text{लं})^2 + (\text{चौ})^2 + (\text{ऊँ})^2} \\ &= \sqrt{(10)^2 + (8)^2 + (6)^2} \\ &= \sqrt{100 + 64 + 36} \\ &= \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \\ &= 10 \times 1.414 \\ &= 14.14 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

अतः कमरे में अधिक से अधिक 14.14 मीटर लम्बी छड़ रखी जा सकती है।

प्रश्न 147. एक बेलन का व्यास 14 सेमी. और ऊँचाई 15 सेमी. है। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए।

हल – बेलन का व्यास = 14 सेमी.

बेलन की त्रिज्या = 7 सेमी.

बेलन की ऊँचाई = 15 सेमी.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2\pi (h + r) r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (15 + 7) \times 7$$

$$= 2 \times 22 \times 22$$

$$= 968 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$$

$$= 2310 \text{ घन सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 148. 1.4 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात कीजिए।

हल - गोले की त्रिज्या = 1.4 सेमी.

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$= 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (1.4)^2$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 1.4 \times 1.4}{7} = \frac{172.48}{7}$$

$$= 24.64 \text{ वर्ग सेमी. उत्तर}$$

गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.4)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 1.4$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 1.4 \times 1.4 \times 1.4}{3}$$

$$= 11.49 \text{ घन सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 149. 10 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले से समान त्रिज्या के 8 गोले बनाए जाते हैं। इस प्रकार बने प्रत्येक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल – माना धातु के बड़े गोले की त्रिज्या $R = 10$ सेमी. है तथा छोटे गोलों की त्रिज्या r है।

∴ धातु के बड़े गोले का आयतन = $8 \times$ छोटे गोले का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$R^3 = 8 \times r^3$$

$$(10)^3 = 8 \times r^3$$

$$10 \times 10 \times 10 = 8r^3$$

$$1000 = 8r^3$$

$$r^3 = \frac{1000}{8} = 125$$

$$r = (125)^{1/3} = (5^3)^{1/3}$$

$$r = 5 \text{ सेमी.}$$

अतः समान त्रिज्या वाले आठों गोलों में प्रत्येक का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2$$

$$= 4\pi \times 5 \times 5$$

$$= 100\pi \text{ वर्ग सेमी.}$$

प्रश्न 150. यदि एक गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 36 सेमी. है तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल – गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2 = 36$$

$$r^2 = \frac{36 \times 7}{4 \times 22} = \frac{63}{22}$$

$$r^2 = 2.8636$$

$$r = 1.69 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 151. एक बेलन की त्रिज्या 7 सेमी. और ऊँचाई 15 सेमी. है। बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल लिखिए।

हल – बेलन का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$r = 7 \text{ सेमी. तथा}$$

$$h = 15 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल } 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15 = 660 \text{ वर्ग सेमी}$$

प्रश्न 152. दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 4:9 है। उनके पृष्ठीय त्रिज्याओं एवं आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल – माना दो गोलों की त्रिज्याएँ r_1 और r_2 हैं। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi r_1^2$ तथा $4\pi r_2^2$ हैं।

गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात

$$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} = 2:3 \text{ उत्तर}$$

दो गोलों के आयतन का अनुपात

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \\ &= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 8:27 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

प्रायिकता व सांख्यिकी

प्रश्न बैंक :- प्रायिकता व सांख्यिकी

वस्तुनिष्ठ प्रश्न :-

Q.153 एक पासे को फेंकने पर सम अंक आने की प्रायिकता बताइये

- (अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{2}{6}$ (स) $\frac{4}{6}$ (द) $\frac{1}{6}$ ()

हल :- एक पासे को फेंकने पर संभव परिणाम = (1,2,3,4,5,6)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 6

अनुकूल परिणाम = 2,4,6

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{3}{6} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Q.154 एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। पट आने की प्रायिकता बताईये

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{2}{6}$ (स) $\frac{4}{6}$ (द) $\frac{1}{6}$ ()

हल :- एक सिक्के को एक बार उछालने पर संभव परिणाम = (H,T)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 2

अनुकूल परिणाम = T

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Q.155 अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता बताईये ...

(अ) $\frac{1}{52}$ (ब) $\frac{4}{52}$ (स) $\frac{4}{13}$ (द) $\frac{13}{52}$ ()

हल :- संभव परिणाम की कुल संख्या = 52

अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{4}{52} \\ &= \frac{1}{13}\end{aligned}$$

Q.156 बंटन 1,3,2,5,9 का माध्यक है....

(अ) 3 (ब) 4 (स) 2 (द) 1 ()

हल :- आरोही क्रम = 1,2,3,5,9

$$N = 5$$

$$\begin{aligned}\text{माध्यक} &= \frac{(N+1)}{2} \text{ वां पद} \\ &= \frac{(5+1)}{2} \text{ वां पद} \\ &= \frac{(6)}{2} \text{ वां पद} \\ &= 3\end{aligned}$$

Q.157 चार छात्रों के सांख्यिकी में प्राप्तांक 53,75,42,70 है, उनके प्राप्तांक का समान्तर माध्य है.....

(अ) 42 (ब) 64 (स) 60 (द) 56 ()

$$\begin{aligned}
 \text{हल :- समान्तर माध्य} &= \frac{\sum x_n}{n} \\
 &= \frac{53+75+42+7}{4} \\
 &= \frac{240}{4} = 60
 \end{aligned}$$

अतिलघुरात्मक प्रश्न :-

Q.158 यदि $P(A) = 0.65$ है , तो " A नहीं " की प्रायिकता क्या है ?

$$\begin{aligned}
 \text{हल :- } P(\text{A नहीं}) &= 1 - P(A) \\
 &= 1 - 0.65 \\
 &= 0.35
 \end{aligned}$$

Q.159 एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है । कम से कम एक चित्त आने को प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

हल :- एक सिक्के को दो बार उछालने पर संभव परिणाम = (HH,HT,TH,TT)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 4

अनुकूल परिणाम = (HH,HT,TH)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\begin{aligned}
 \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\
 &= \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

Q.160 दो खिलाड़ी राम और श्याम शतरंज का मैच खेलते हैं यह ज्ञात कीजिए कि राम द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है । श्याम के जीतने की प्रायिकता क्या है ?

हल :- राम द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता $P(A) = \frac{4}{5}$

श्याम द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता $P(A \text{ नहीं}) = 1 - P(A)$

$$= 1 - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{5-4}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

Q.161 एक अलीप वर्ष में केवल 52 रविवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

हल:- एक अलीप वर्ष में 365 दिन होते हैं ।

अतः 52 पूर्ण सप्ताह तथा 1 दिन शेष बचता है ।

संभव परिणाम =(सोमवार, मंगलवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 7

अनुकूल परिणाम = (रविवार)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Q.162 एक थैले में 1 सफेद , 1 काली ,1 लाल गेंद है । इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है । इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद लाल होगी?

हल :- एक थैले में कुल गेंद = 1+1+1

संभव परिणाम की कुल संख्या = 3

लाल गेंद = 1

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

लघुरात्मक प्रश्न :-

Q.163 एक पासे को दो बार उछाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि संख्याओं का योग (अ) 9 हैं। (ब) 13 हैं।

हल :- एक पासे को दो बार फेंकने पर संभव परिणाम =

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)

(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 36

(अ) योग 9 हैं।

अनुकूल परिणाम = (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

(ब) योग 13 हैं।

अनुकूल परिणामों की संख्या = 0

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{0}{36} = 0\end{aligned}$$

Q.164 किसी कारण 12 खराब पेन, 132 अच्छे पेनों में मिल गए हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है यदि एक पेन यादृच्छया चुना जाता है तो इसके अच्छे होने की क्या प्रायिकता है ?

हल :- कुल पेन = 12 + 132 = 144

संभव परिणाम की कुल संख्या = 144

अच्छे पेन = 132

अनुकूल परिणामों की संख्या = 132

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{132}{144} = \frac{11}{18} \end{aligned}$$

Q.165 दो पासे को बार एक उछाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों पासों की संख्याओं का योग 7 हो ?

हल :- एक पासे को दो बार फेंकने पर संभव परिणाम =

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)

(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

संभव परिणाम की कुल संख्या = 36

अनुकूल परिणाम = (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Q.166 एक थैले में 3 सफेद और 5 लाल गेंद हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद

(अ) सफेद हो ? (ब) सफेद नहीं हो ?

हल :- एक थैले में कुल गेंद = 3+5

संभव परिणाम की कुल संख्या = 8

(अ) सफेद हो

सफेद गेंद = 3

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

(ब) सफेद नहीं हो

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

Q.167 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ...

- (अ) लाल रंग का गुलाम (ब) पान का ईक्का
(स) ईंट की बेगम (द) हुकुम का पत्ता

हल :- संभव परिणाम की कुल संख्या = 52

(अ) लाल रंग का गुलाम

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{52} \end{aligned}$$

(ब) पान का ईक्का

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{52}\end{aligned}$$

(स) ईंट की बेगम

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{1}{52}\end{aligned}$$

(द) हुकुम का पत्ता

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\begin{aligned}\text{प्रायिकता} &= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग में आने वाले सभी संभव परिणामों की संख्या}} \\ &= \frac{13}{52} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Q.168 एक कक्षा के वर्ग A क 25 छात्रों का औसत भार 51 किग्रा है, जबकि वर्ग B के 35 छात्रों का औसत भार 54किग्रा है। इस कक्षा के कुल 60 छात्रों का औसत भार की गणना कीजिए।

हल :- वर्ग A

$$\text{औसत भार} = \frac{\sum x_n}{n}$$

$$51 = \frac{\sum x_{25}}{25}$$

$$\sum x_{25} = 51 \times 25 = 1275$$

वर्ग B

$$\text{औसत भार} = \frac{\sum x_n}{n}$$

$$54 = \frac{\sum x_{35}}{35}$$

$$\sum x_{35} = 54 \times 35 = 1890$$

$$\begin{aligned} \text{कक्षा के कुल 60 छात्रों का औसत भार} &= \frac{\sum x_{25} + \sum x_{35}}{60} \\ &= \frac{1275 + 1890}{60} \\ &= \frac{3165}{60} = 52.75 \end{aligned}$$

Q.169 निम्न बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए....

X	5	6	7	8	9
F	4	8	14	11	13

हल :- समान्तर माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

x_i	f_i	$f_i x_i$
5	4	5x4 = 20
6	8	6x8 = 48
7	14	7x14 = 98
8	11	8x11 = 88
9	13	9x13 = 117
	50	371

समान्तर माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
 = $\frac{371}{50} = 7.42$

Q.170 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए....

x	0	1	2	3	4	5	6
f	10	35	27	17	6	3	2

हल :-

x_i	f_i	c.f.
0	10	10
1	35	10 + 35 = 45
2	27	45 + 27 = 72
3	17	72 + 17 = 89
4	6	89 + 6 = 95
5	3	95 + 3 = 98
6	2	98 + 2 = 100
	100	

$\frac{N}{2} = \frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$

50 से ठीक बड़ी c.f. = 72

72 के संगत \bar{x} का मान = 2

अतः माध्यक = 2

Q.171 निम्न बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए....

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
बारम्बारता	9	12	15	10	14

हल :- समान्तर माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

वर्ग	x_i	f_i	$f_i x_i$
0 – 10	5	9	5 x 9 = 45
10 – 20	15	12	15 x 12 = 180
20 – 30	25	15	25 x 15 = 375
30 – 40	35	10	35 x 10 = 350
40 – 50	45	14	45 x 14 = 630
		60	1580

$$\begin{aligned}\text{समान्तर माध्य} &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{1580}{60} = 26.33\end{aligned}$$

Q.172 निम्न बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए....

वर्ग	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65	65 – 75
बारम्बारता	6	10	8	12	4

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

वर्ग	x_i	f_i	$f_i x_i$
25 – 35	30	6	30 x 6 = 180
35 – 45	40	10	40 x 10 = 400
45 – 55	50	8	50 x 8 = 400
55 – 65	60	12	60 x 12 = 720
65 – 75	70	4	70 x 4 = 280
		40	1980

$$\begin{aligned} \text{समान्तर माध्य} &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{1980}{40} = 49.5 \end{aligned}$$

निबन्धात्मक प्रश्न :-

Q.173 निम्न बारम्बारता बंटन का कल्पित माध्य ज्ञात कीजिए....

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
बारम्बारता	6	10	13	7	4

हल :- कल्पित माध्य = $a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

वर्ग	f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
0 - 10	6	5	-20	-20 x 6 = -120
10 - 20	10	15	-10	-10 x 10 = -100
20 - 30	13	25	0	0 x 13 = 0
30 - 40	7	35	10	10 x 7 = 70
40 - 50	4	45	20	20 x 4 = 80
	40			-70

$a = 25$

कल्पित माध्य = $a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

= $25 + \left(\frac{-70}{40} \right)$

= $25 - 1.75 = 23.25$

Q.174 निम्न बारम्बारता बंटन का पद विचलन विधि से माध्य ज्ञात कीजिए....

वर्ग	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
बारम्बारता	10	25	28	12	10	15

हल :- माध्य = $a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \times h$

वर्ग	f_i	x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
40 - 50	10	45	-2	-2 x 10 = -20
50 - 60	25	55	-1	-1 x 25 = -25
60 - 70	28	65	0	0 x 28 = 0
70 - 80	12	75	1	1 x 12 = 12
80 - 90	10	85	2	2 x 10 = 20
90 - 100	15	95	3	3 x 15 = 45
	100			32

$$a = 65 \quad h = 10$$

$$\text{माध्य} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \times h$$

$$= 65 + \left(\frac{32}{100} \right) \times 10$$

$$= 65 + (0.32 \times 10)$$

$$= 65 + 3.2 = 68.2$$

Q.175 निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए....

वर्ग	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
बारम्बारता	4	28	42	20	6

हल :-

वर्ग	f_i	c.f.
0 - 10	4	4
10 - 20	28	4 + 28 = 32
20 - 30	42	32 + 42 = 74
30 - 40	20	74 + 20 = 94
40 - 50	6	94 + 6 = 100
	100	

$$\frac{N}{2} = \frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

50 से ठीक बड़ी c.f. = 74

74 के संगत वर्ग का मान = 20 - 30

अतः माध्यक वर्ग = 20 - 30

L = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा = 20

C = माध्यक वर्ग से पूर्व वर्ग की संचयी बारम्बारता = 32

F = माध्यक वर्ग की बारम्बारता = 42

h = माध्यक वर्ग का अंतराल = 10

$$\begin{aligned}\text{माध्यक} &= L + \left(\frac{\frac{\Sigma f}{2} - C}{F}\right) \times h \\ &= 20 + \left(\frac{50-32}{42}\right) \times 10 \\ &= 20 + \left(\frac{18}{42} \times 10\right) \\ &= 20 + (0.428 \times 10) \\ &= 20 + 4.28 = 24.28\end{aligned}$$

Q.176 निम्न बंटन का माध्य 7.5 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

X	3	5	7	9	11	13
F	6	8	15	P	8	4

हल :- समान्तर माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

x_i	f_i	$f_i x_i$
3	6	6 x 3 = 18
5	8	5 x 8 = 40
7	15	15 x 7 = 105
9	P	P x 9 = 9P
11	8	8 x 11 = 88
13	4	4 x 13 = 52
	41 + P	303 + 9 P

समान्तर माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

7.5 = $\frac{303+9p}{41+P}$

7.5 x (41 + P) = 303 + 9 P

307.5 + 7.5 P = 303 + 9 P

307.5 - 303 = 9P - 7.5 P

4.5 = 1.5 P

P = $\frac{4.5}{1.5}$ = 3

माध्यमिक परीक्षा मॉडल प्रश्न-पत्र 2021
SECONDARY EXAMINATION, MODEL QUESTION PAPER-2021
गणित
MATHEMATICS

समय: 3¼ घण्टे

पूर्णांक 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :-

GENERAL INSTRUCTION TO THE EXAMINEES:

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।

Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।

All the questions are compulsory.

3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर पुस्तिका में ही लिखें।

Write the answer to each question in the given answer book only.

4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड है उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

5. प्रश्न पत्र के हिन्दी पर अंग्रेजी रूपान्तरण में किसी प्रकार की त्रुटि/ अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें।

If there is any error/difference/contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of the Hindi version should be treated valid.

6. प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Write down the serial number of the question before attempting it.

7. प्रश्नों का अंकभार निम्नानुसार है।

Weightage of marks for the question is as follows.

खण्ड	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक भार	अंक प्रत्येक प्रश्न
खण्ड-अ(A)	1 (i to x), 2 to 11	20	1
खण्ड-ब(B)	12 to 19 = 8	16	2
खण्ड-स(C)	20 to 23 = 4	16	4
खण्ड-द(D)	24 to 25 = 2	10	5
खण्ड-य(E)	26 to 28= 3	18	6

7. प्रश्न संख्या 20 से 28 में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं।

गणित

(खण्ड- अ)

प्रश्न 01 निम्नांकित प्रश्नों में से दिये गये सही विकल्प का चयन कर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए ।
प्रत्येक प्रश्न 01 अंक का है। (10x1=10)

(i) 17 का वर्ग होगा –

(अ) 189

(ब) 289

(स) 389

(द) 169

The Square of 17 will be :

(A) 189

(B) 289

(C) 389

(D) 169

(ii) बहुपद $f(x) = 4x + 2$ में $x = 2$ रखने पर बहुपद का मान होगा –

(अ) 10

(ब) 8

(स) 12

(द) 6

By putting $x=2$ in polynomial $f(x) = 4x + 2$, the value of polynomial will be :

(A) 10

(B) 8

(C) 12

(D) 6

CBEO D

(iii) द्विघात बहुपद $x^2 - 2x - 8$ के शून्यको का योग होगा -

- (अ) -2 (ब) -8
(स) 2 (द) 8

1

The sum of zeros of polynomial x^2-2x-8 will be :

- (A) -2 (B) -8
(C) 2 (D) 8

(iv) $\sin \frac{\pi}{6}$ का मान होगा -

- (अ) 1 (ब) $\frac{1}{2}$
(स) $\sqrt{3}$ (द) 0

1

The value of $\sin \frac{\pi}{6}$ will be :

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\sqrt{3}$ (D) 0

(v) एक उर्ध्वाधर खम्बे की परछाई, खम्बे की उँचाई के बराबर है, तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा -

- (अ) 45° (ब) 30°
(स) 60° (द) 50°

1

The shadow of a vertical pole is same the height of pole, then angle of elevation of sun will be :

- (A) 45° (B) 30°
(C) 60° (D) 50°

(vi) बिन्दु (5, -2) की x - अक्ष से दूरी होगी -

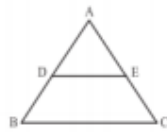
- (अ) 5 (ब) 2
(स) 3 (द) 4

1

Distance of point (5, -2) from x-axis will be :

- (A) 5 (B) 2
(C) 3 (D) 4

(vii) आकृति में $DE \parallel BC$ हो, $AD=4$ सेमी, $BD=6$ सेमी तथा $AE=5$ सेमी हो, तो EC का मान होगा -



- (अ) 6.5 सेमी (ब) 7.0 सेमी
(स) 7.5 सेमी (द) 8.0 सेमी

1

(vii) In the given figure $DE \parallel BC$, $AD=4$ cm, $DB=6$ cm and $AE= 5$ cm, then measure of EC will be :



(A) 6.5 cm (B) 7.0 cm

(C) 7.5 cm (D) 8.0 cm

(viii) तीन संरेखीय बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्तों की संख्या है –

(अ) एक (ब) दो

(स) शून्य (द) अनन्त

1

Number of circles which passes through three collinear points is :

(A) One (B) two

(C) zero (D) infinite

(ix) गोले का व्यास 6 सेमी है, गोले का आयतन होगा –

(अ) 16π घन सेमी (ब) 20π घन सेमी

(स) 36π घन सेमी (द) 30π घन सेमी

1

The diameter of a sphere is 6 cm, the volume of sphere will be :

(A) $16\pi\text{cm}^3$ (B) $20\pi\text{cm}^3$

(C) $36\pi\text{cm}^3$ (D) $30\pi\text{cm}^3$

(x) बटन 1,3,2,5,9 का माध्यक है –

(अ) 3 (ब) 4

(स) 2 (द) 5

1

The median of distribution 1,3,2,5,9 is :

(A) 3 (B) 4

(C) 2 (D) 5

प्र. 2 सूत्र 'निखिलम्' का प्रयोग कर 105 का वर्ग ज्ञात कीजिए ।

1

Find the square of 105 by using 'sutra Nikhilam' .

प्र. 3 12 का घनफल सूत्र 'निखिलम्' से ज्ञात कीजिए।

1

Find the cube of 12 by using 'sutra Nikhilam' .

प्र. 4 समान्तर श्रेणी 6,9,12,15 का 7 वां पद ज्ञात कीजिए ।

1

Find the 7th term of the A.P. 6,9,12,15

प्र. 5 दो खिलाड़ी राम और श्याम शतरंज खेलते हैं । यह ज्ञात है कि राम द्वारा

1

मैच जीतने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है तो , श्याम के जीतने की प्रायिकता क्या होगी ?

Two players Ram and Shyam plays a chess match. It is given that probability of winning of the match

by Ram is $\frac{4}{5}$. Find the probability of winning of the match by Shyam.

प्र. 6 एक पासे की एक फेंक में "अभाज्य संख्या" आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

In a throw of a dice, find the probability of getting a 'prime number'.

प्र. 7 " रोक दृष्टि दूरी " का समीकरण लिखिए। 1

Write the equation of ' Stopping distance sight'.

प्र. 8 वाहनों के लिए आवश्यक पी. यू. सी. का पूरा नाम लिखिए।

Write the full name of P.U.C. which is essential for every vehicle.

प्र. 9 बिन्दुओं (2, 3) और (5, 6) के बीच की दूरी होगी। 1

The distance between the points (2,3) and (5,6) will be..... .

प्र. 10 एक नियत बिन्दु से सदैव समान दूरी पर चलने वाले बिन्दु का बिन्दु पथ होगा। 1

The locus of a points which are equidistant from a certain point will be

प्र. 11 एक पासे को फेंकने पर "4 से छोटा अंक " आने की प्रायिकता होगी। 1

In a throw of a dice the probability of getting ' a number less than from 4' will be

खण्ड – बी

Section B

प्र. 12 " द्वन्द्व योग" विधि से 7225 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 2

Find the square root of 7225 by using ' Dwandwa Yoga Method'.

प्र. 13 एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः – 3 और 2 है। 2

Find a quadratic equation whose sum of zeros and product are -3 and 2 respectively.

प्र. 14 असमिका $x \geq 2$ का आलेखीय विधि से हल समुच्य दर्शाइये। 2

Show the solution set of the inequality $x \geq 2$, graphically.

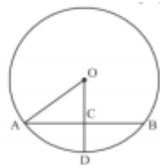
प्र. 15 $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$.

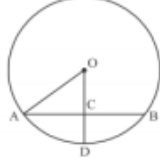
प्र. 16 एक पहाड़ी का ढलान क्षैतिज से 60° का कोण बनाता है। यदि शिखर तक पहुँचने में 500 मीटर चलना पड़ता है तो पहाड़ी की उँचाई ज्ञात कीजिए। 2

The slope of a hill makes an angle of 60° with horizontal. If to reach at top, 500 meter distance have to covered then to find the height of the hill.

प्र. 17 दी गई आकृति में यदि $OA = 5$ सेमी, $AB = 8$ सेमी तथा OD , जीवा AB पर लम्ब है तो CD का मान ज्ञात कीजिए। 2



In the given figure if $OA=5$ cm, $AB=8$ cm, and OD perpendicular to chord AB then to find the value of CD .



प्र. 18 एक 10 सेमी लम्बाई का एक रेखा खण्ड खींच कर उसका 2:3 में आन्तरिक विभाजन कीजिए। 2

Draw a line segment of length 10 cm and divide it into 2:3 internally.

प्र. 19 एक सीधे व 12 मीटर ऊँचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगाना है ताकि

पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टिरेखा के आगे का यातायात देखा जा सके।

इस स्थिति में पोल के पाद (Feet) से वह दूरी, जिसके आगे से यातायात दिखाई

देता है, ज्ञात कीजिए। 2

A CCTV camera is placed on the top of a 12 m high pole in such a way that traffic can be seen beyond 13 metre of line of sight of it. Find the distance from the feet of pole beyond which the traffic on road is visible.

खण्ड – सी

Section C

प्र. 20 सिद्ध कीजिए की बिन्दु $(1, -2)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ और $(-1, 0)$ एक वर्ग के शीर्ष हैं। 4

अथवा

सिद्ध कीजिए की दो समान कोणिक त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं।

CBSE

Prove that points $(1,-2)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ and $(-1,0)$ are vertices of the square.

OR

Prove that two equiangular triangles are similar.

प्र. 21 सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (a, a) , $(-a, -a)$ और $(-\sqrt{3}a, \sqrt{3}a)$ एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष है।

4

अथवा

यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर हों तो सिद्ध कीजिए कि दोनों त्रिभुज परस्पर समरूप होंगे।

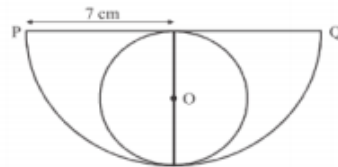
Prove that points (a, a) , $(-a, -a)$ and $(-\sqrt{3}a, \sqrt{3}a)$ are vertices of an equilateral triangle.

OR

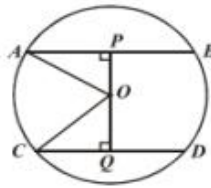
If the ratio of the corresponding sides of two triangles is equal, then to prove that the triangles are similar.

प्र. 22 दी गई आकृति में अर्धवृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है, अर्धवृत्त में बने वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

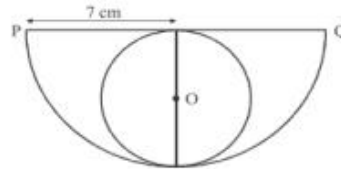
4



दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O तथा त्रिज्या 5 सेमी है। यदि $OP \perp AB$, $OQ \perp CD$, $AB \parallel CD$, $AB=8$ सेमी और $CD=6$ सेमी हों तो PQ ज्ञात कीजिए

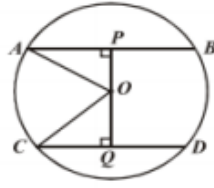


In the given figure radius of the semicircle is 7 cm. Find the area of the circle formed inside the semicircle.

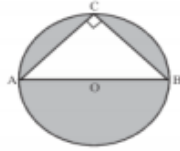


OR

In the given figure centre of the circle 'o' with radius 5 cm. If $OP \perp AB$, $OQ \perp CD$, $AB \parallel CD$, $AB=8$ and $CD=6$ cm. Then find PQ



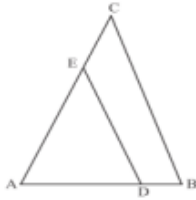
प्र. 23 दी गई आकृति में AB वृत्त का व्यास है तथा $AC = 6$ सेमी व $BC = 8$ सेमी हो तो छायांकित भाग 4



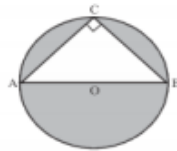
का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

दी गई आकृति में $DE \parallel BC$ है यदि $AD = x$, $DB = x - 2$, $AE = x + 2$ और $EC = x - 1$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

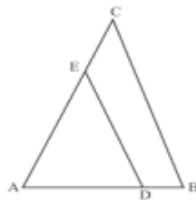


In the given figure AB is diameter of a circle, $AC = 6$ cm and $BC = 8$ cm. Find the area of shaded portion.



OR

In the given figure $DE \parallel BC$, if $AD = x$, $DB = x - 2$, $AE = x + 2$ and $EC = x - 1$ then find the value of x .



खण्ड - डी

Section D

प्र 24 3 सेमी त्रिज्या लेकर एक वृत्त बनाइए, जिसके केन्द्र से 5 सेमी दूर स्थित बिन्दु P से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं खींचिए और उनकी लम्बाई की गणना द्वारा जाँच कीजिए।

4

अथवा

सुमेलित कीजिए

1	बेलन का आयतन	A	$2\pi rh$
2	वृत्त की परिधि	B	$\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
3	धनाभ का विकर्ण	C	$\frac{4}{3}\pi r^3$
4	ठोस अर्द्ध गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल	D	$l \times b \times h$
5	धन का आयतन	E	$2\pi r$
6	गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल	F	$4\pi r^2$
7	धनाभ का आयतन	G	$3\pi r^2$
8	दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल	H	a^3
9	गोले का आयतन	I	$\pi r^2 h$
10	बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल	J	$\pi(r_1^2 - r_2^2)$

Draw a circle of radius 3 cm. Construct a pair of tangents from point P 5 cm away from its centre. Also measure the tangents and verify by calculation .

OR

Match the following

1	Volume of cylinder	A	$2\pi rh$
2	Circumference of the circle	B	$\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
3	Diagonal of cuboid	C	$\frac{4}{3}\pi r^3$
4	Surface area of solid hemisphere	D	$l \times b \times h$
5	Volume of cube	E	$2\pi r$
6	Surface area of sphere	F	$4\pi r^2$
7	Volume of cuboid	G	$3\pi r^2$
8	Area of the portion between two cocentric circles	H	a^3
9	Volume of sphere	I	$\pi r^2 h$
10	Curved surface area of cylinder	J	$\pi(r_1^2 - r_2^2)$

प्र 25 निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए ।

4

$$x + 3y = 6 \quad , 2x - 3y = 12$$

अथवा

निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए ।

$$4x - 5y = 20 \quad , 3x + 5y = 15$$

Solve the following pair of linear equation by graphical method.

$$x + 3y = 6 \quad , 2x - 3y = 12$$

OR

Solve the following pair of linear equation by graphical method.

$$4x - 5y = 20, 3x + 5y = 15$$

खण्ड - ई

प्र 26 एक टेलिविजन सेट का निर्माता तीसरे वर्ष 600 टी.वी. तथा 7 वें वर्ष 700 टी.वी. सेटों का उत्पादन करता है। यह मानते हुए की प्रत्येक वर्ष उत्पादन में एक समान रूप से एक निश्चित संख्या में वृद्धि होती है। 6

ज्ञात कीजिए (i) प्रथम वर्ष में उत्पादन (ii) दसवें वर्ष में उत्पादन

अथवा

100 मीटर चौड़ी एक नदी के मध्य में एक छोटा टापू है। इस टापू पर एक ऊँचा वृक्ष है। नदी के विपरीत किनारों पर दो बिन्दु P व Q इस प्रकार स्थित है कि P, Q और वृक्ष एक रेखा में है यदि P और Q से वृक्ष की चोटी का उन्नयन कोण 30° ओर 45° हो तो वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्न बारम्बारता बंटन का पद विचलन विधि से माध्य ज्ञात कीजिए

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	7	10	15	8	10

A manufacturer of T.V. sets produced 600 sets in the third year and 700 sets in the seventh year. Assuming that the production increases uniformly by a fixed number every year, find

(i) The production in the 1st year (ii) The production in the 10th year

OR

There is a small island in 100 m broad river and there is a tall tree on this island. P and Q lie on the opposite banks of the river such that P, Q and tree are in the same line. If angle of elevation from P and Q at top of the tree are 30° and 45° respectively then find the height of the tree.

OR

Find the mean of the following frequency distribution by step deviation method.

Class interval	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	7	10	15	8	10

प्र 27 चार संख्याएँ समान्तर श्रेणी में हैं। यदि संख्याओं का योगफल 50 तथा सबसे बड़ी संख्या, सबसे छोटी संख्या की चार गुनी है तो संख्या ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

सिद्ध कीजिए

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

अथवा

OR

Find median of following Frequency distribution

Class interval	10–25	25–40	40–55	55–70	70–85	85–100
Frequency	6	20	44	26	3	1

प्र 28 समान्तर श्रेढी 3,15,27,39 639 के पदों की संख्या ज्ञात कीजिए तथा अन्त से 8वां पद ज्ञात कीजिए।

6

अथवा

$$\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ} \text{ का मान ज्ञात कीजिए}$$

अथवा

निम्न बंटन का माध्य 7.5 हो तो P का मान ज्ञात कीजिए और बंटन का माध्यक भी ज्ञात कीजिए।

x	3	5	7	9	11	13
f	6	8	15	P	8	4

Find the number of terms in A.P. 3,15,27,39 639 and find 8th term from last.

OR

Find the value of

$$\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$$

OR

If mean of the following distribution is 7.5, then find the value of P and also find the median of distribution

x	3	5	7	9	11	13
f	6	8	15	P	8	4

CBT